

> Edoardo Di Cello

# PROGETTO E VERIFICA DI SEZIONI IN C.A. SOGGETTE A FLESSIONE PRESSOFLESSIONE E TAGLIO ALLO S.L.U.

## AGGIORNATO ALLE NTC 2018



Dario Flaccovio Editore

- > Trattazione teorica argomenti
- > 93 esercizi svolti e commentati secondo più procedure
- > Procedura per il progetto e la verifica di sezioni in c.a. inflesse e presso-inflesse
- > Sezioni a T - Verifica per iterazione di sezioni inflesse e presso-inflesse
- > Procedura per il progetto e la verifica di sezioni soggette a taglio

• Dario Flaccovio Editore • Collana Progettazione

---

Una guida per ingegneri e architetti è un prezioso strumento didattico-pratico per gli studenti universitari, prevalentemente in ingegneria, che affrontano il calcolo del c.a., secondo le NTC 2018, di recente pubblicazione.

Si affronta, in modo organicamente pratico e decisamente didattico, lo studio del dimensionamento e della verifica di sezioni in c.a. soggette a Flessione, Pressoflessione e Taglio, allo SLU.

Assieme a una chiara presentazione sintetica teorica degli argomenti, vengono proposti e svolti 93 esercizi che racchiudono tutta la gamma di situazioni progettuali e di verifica che si possono presentare nella pratica e nella trattazione teorica.

Ogni esercizio viene svolto secondo più approcci, con commento passo per passo, per singolo approccio, e con procedimento a sé stante, confrontando i risultati con quelli ottenuti con un noto software dedicato.

**Edoardo Di Cello**, ingegnere civile, laureato al Politecnico di Torino. Ha insegnato Costruzioni negli Istituti Tecnici per Geometri dal 1985 al 2016. Attualmente è libero professionista. È coautore del testo Progettazione Costruzioni Impianti, vol. 2 (Le Monnier-Mondadori Editore) in uso negli Istituti Tecnici.



€ 45,00

Edoardo Di Cello

**PROGETTO E VERIFICA DI  
SEZIONI IN C.A. SOGGETTE  
A FLESSIONE, PRESSOFLESSIONE  
E TAGLIO ALLO S.L.U.**

**AGGIORNATO ALLE NTC 2018**



Dario Flaccovio Editore

Edoardo Di Cello

Progetto e verifica di sezioni in c.a. soggette a flessione, pressoflessione e taglio allo S.L.U.

Aggiornato alle NTC 2018

ISBN 9788857908236

© 2019 by Dario Flaccovio Editore s.r.l. - tel. 0916700686

[www.darioflaccovio.it](http://www.darioflaccovio.it)

[www.webintesta.it](http://www.webintesta.it)

[magazine.darioflaccovio.it](http://magazine.darioflaccovio.it)

[eventi.darioflaccovio.it](http://eventi.darioflaccovio.it)

Prima edizione: gennaio 2019

Stampa: Officine Grafiche soc. coop., Palermo

Di Cello, Edoardo <1950->

Progetto e verifica di sezioni in c.a. soggette a flessione, pressoflessione e taglio allo SLU / Edoardo Di Cello. - Palermo :

D. Flaccovio, 2019.

ISBN 978-88-579-0823-6

1. Edifici in cemento armato – Progettazione.

624.18341 CDD-23

SBN PAL0311701

*CIP - Biblioteca centrale della Regione siciliana "Alberto Bombace"*

Nomi e marchi citati sono generalmente depositati o registrati dalle rispettive case produttrici.

La fotocopiatura dei libri è un reato.

Le fotocopie per uso personale del lettore possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascun volume/fascicolo di periodico dietro pagamento alla SIAE del compenso previsto dall'art. 68, commi 4 e 5, della legge 22 aprile 1941 n. 633. Le riproduzioni effettuate per finalità di carattere professionale, economico o commerciale o comunque per uso diverso da quello personale possono essere effettuate solo a seguito di specifica autorizzazione rilasciata dagli aventi diritto/dall'editore.

# Indice

Elenco delle opere consultate .....	»	6
Premessa .....	»	7
<b>1. Stato limite ultimo per sollecitazioni normali</b> .....	»	9
1.1. Campi di deformazione .....	»	9
<b>2. Progetto e verifica delle sezioni</b> .....	»	13
2.1. Introduzione all'utilizzo di grafici e formule .....	»	13
2.2. Formule per il progetto di una sezione inflessa e presso-inflessa .....	»	14
2.3. Formule la verifica di una sezione inflessa e presso-inflessa .....	»	15
2.4. Premessa alla procedura di progetto e di verifica delle sezioni .....	»	16
2.5. Procedura per il progetto di una sezione inflessa .....	»	18
<b>3. Esercizi di progetto di Sezioni Inflessa</b> .....	»	27
<b>4. Procedura per la verifica di una sezione inflessa</b> .....	»	53
<b>5. Esercizi di verifica di sezioni inflesse</b> .....	»	59
<b>6. Procedura per il progetto di una sezione presso-inflessa</b> .....	»	79
<b>7. Esercizi di progetto di sezioni presso-inflesse</b> .....	»	81
<b>8. Procedure per la verifica di una sezione presso-inflessa</b> .....	»	91
<b>9. Esercizi di verifica di sezioni presso-inflesse</b> .....	»	93
<b>10. Esercizi di progetto e di verifica di sezioni a T inflesse</b> .....	»	135
<b>11. Verifica di sezione inflessa con procedimento per iterazione</b> .....	»	161
11.1. Verifica preliminare con: Equazioni generali di equilibrio .....	»	161
11.2. Verifica per iterazione .....	»	163
<b>12. Verifica di sezione pressoinflessa con procedimento per iterazione</b> .....	»	183
<b>13. Esercizi proposti (con soluzione)</b> .....	»	197
<b>14. Soluzioni degli esercizi proposti</b> .....	»	203
<b>15. Procedura per il progetto e la verifica a taglio, allo SLU, di una sezione in C.A.</b> .....	»	271
15.1. Elementi strutturali non armati a taglio .....	»	271
15.2. Elementi strutturali armati a taglio: progetto e verifica .....	»	273
15.3. Esercizi di progetto e di verifica di sezioni soggette a taglio .....	»	279
<b>16. Esercizio completo: flessione e taglio</b> .....	»	291
<b>17. Taglio – Sezioni rettangolari e a “T”</b> .....	»	301
17.1. Procedimento con metodo tabellare (prof. F. Biasioli) .....	»	301
17.2. Esempi .....	»	303

## **Elenco delle opere consultate**

Marro P., *Dispense di Complementi di Scienze delle Costruzioni* – Politecnico di Torino

Gherzi A., *Il cemento armato*

Biasioli F., *Quaderno tecnico n. 8*

Di Paola, *Metodo semiprobabilistico agli stati limite*

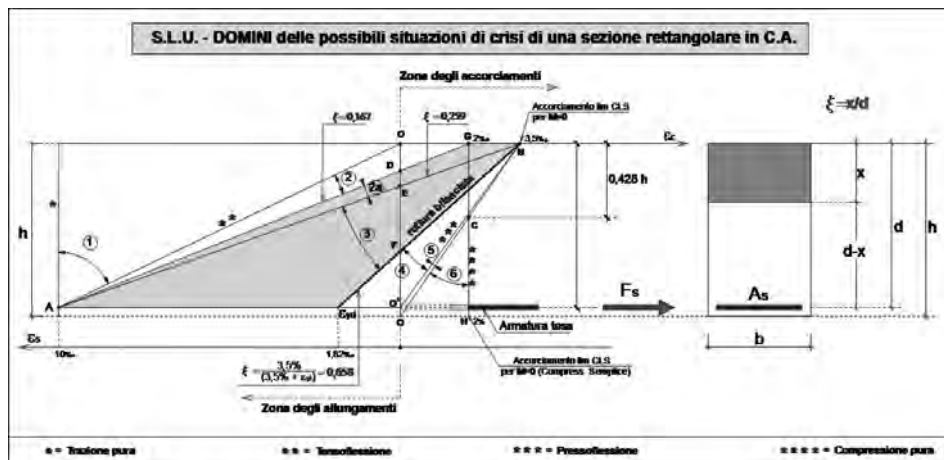
Roncoroni F., *Flessione nelle strutture in c.a.*

# 1. Stato limite ultimo per sollecitazioni normali

## 1.1. Campi di deformazione

Il limite ultimo di resistenza di una generica sezione in c.a. si verifica quando almeno uno dei due materiali, acciaio o calcestruzzo, raggiunge la deformazione ultima della propria legge costitutiva di progetto. Se si fissano dei valori di deformazione ultima dell'acciaio e del calcestruzzo, si possono avere diversi scenari o (campi) di rottura.

Riepiloghiamo il comportamento deformativo della sezione nei suddetti campi.



### CAMPO 1: TENSO-FLESSIONE CON DEBOLE ECCENTRICITÀ

Il fascio di rette, che rappresentano le possibili deformazioni, parte dal punto A, con  $\varepsilon = 10\%$ . Le rette sono contenute entro i limiti definiti dalla verticale passante per A e dalla retta AO, con deformazione nulla del calcestruzzo, che non fornisce alcun contributo alla resistenza della sezione. L'asse neutro si trova da  $-\infty$  al bordo della sezione.

Il collasso della sezione avviene per rottura a trazione dell'armatura inferiore.

CAMPO 2: PRESSOFLESSIONE E FLESSIONE CON SFRUTTAMENTO INTEGRALE DELL'ACCIAIO

Il fascio di rette, che rappresentano le possibili deformazioni, parte dal punto A, con  $\varepsilon_s = 10\%$ . Le rette sono contenute entro i limiti definiti dalla retta AO e dalla retta AG, con deformazione del calcestruzzo in O pari a  $\varepsilon_c = 0$  e con deformazione in G pari  $\varepsilon_c = -2\%$ .

La sezione è debolmente armata e può essere in parte tesa e, in parte, compressa; quindi, l'asse neutro, in genere, può tagliare la sezione. Il collasso della sezione avviene per rottura a trazione dell'armatura inferiore.

CAMPO 2A: PRESSOFLESSIONE E FLESSIONE CON SFRUTTAMENTO INTEGRALE DELL'ACCIAIO

Il fascio di rette, che rappresentano le possibili deformazioni, parte dal punto A, con  $\varepsilon_s = 10\%$ . Le rette sono contenute entro i limiti definiti dalla retta AG e dalla retta RV, con deformazione del calcestruzzo in G pari a  $\varepsilon_c = -2\%$  e con deformazione in B pari  $\varepsilon_c = -3,5\%$ .

La sezione è in parte tesa e in parte compressa. Il collasso della sezione avviene per rottura a trazione dell'armatura inferiore e contemporaneamente per schiacciamento del calcestruzzo superiore, nel caso della retta AB.

CAMPO 3: PRESSOFLESSIONE E FLESSIONE CON SFRUTTAMENTO INTEGRALE DEI DUE MATERIALI

Il fascio di rette, che rappresentano le possibili deformazioni, parte dal punto B, con deformazione massima del calcestruzzo  $\varepsilon_c = -3,5\%$ . Le rette sono contenute entro i limiti definiti dalla retta BA e dalla retta B- $\varepsilon_{sy}$ , con deformazione dell'acciaio teso contenuto tra il valore  $\varepsilon_s = 10\%$  e il valore  $\varepsilon_{sy}$  = valore della deformazione di snervamento dell'acciaio:  $\varepsilon_{sy} = \sigma_s/E_s$ .

Entrambi i materiali sono ben sfruttati, in tale campo, e la sezione risulta normalmente armata.

Il collasso della sezione avviene per rottura a schiacciamento del calcestruzzo superiore e contemporaneamente per rottura a trazione dell'armatura inferiore nel caso della retta AB.

CAMPO 4: PRESSOFLESSIONE CON SFRUTTAMENTO INTEGRALE DEL CALCESTRUZZO E SFRUTTAMENTO INCOMPLETO DELL'ACCIAIO

Il fascio di rette, che rappresentano le possibili deformazioni, parte dal punto B, con deformazione massima del calcestruzzo  $\varepsilon_c = -3,5\%$ . Le rette sono contenute entro i limiti definiti dalla retta B- $\varepsilon_{sy}$  e dalla retta BO', con deformazione dell'acciaio teso contenuto tra il valore  $\varepsilon_{sy}$  e  $\varepsilon_s = 0$ . In tale campo, dunque, l'acciaio lavora in campo elastico. La deformazione rappresentata dalla retta BO' individua una sezione in cui tutta la parte al di sopra delle barre inferiori è compressa. In tale campo, la resistenza del calcestruzzo è sfruttata al massimo (come in campo 3),



mentre l'acciaio è sfruttato male. Si hanno sezioni fortemente armate. Il collasso della sezione avviene per rottura a schiacciamento del calcestruzzo superiore (l'acciaio teso non raggiunge mai lo snervamento eccetto nel caso della retta passante per B ed  $\varepsilon_{yd}$ ).

#### CAMPO 5: PRESSOFLESSIONE CON SFRUTTAMENTO INTEGRALE DEL CALCESTRUZZO E SFRUTTAMENTO INCOMPLETO DELL'ACCIAIO

---

Il fascio di rette, che rappresentano le possibili deformazioni, parte dal punto B, con deformazione massima del calcestruzzo  $\varepsilon_c = -3,5\%$ . Le rette sono contenute entro i limiti definiti dalla retta BO' e dalla retta BO, che congiunge B con la fibra inferiore della sezione in cls.

In tale campo, dunque, la sezione è interamente compressa. L'asse neutro cade fuori dalla sezione. Il collasso della sezione avviene per rottura a schiacciamento del calcestruzzo (l'acciaio inferiore non raggiunge mai lo snervamento).

#### CAMPO 6: COMPRESSIONE CON DEBOLE ECCENTRICITÀ

---

Il fascio di rette, che rappresentano le possibili deformazioni, ha il centro in C ed è limitato dalla retta (da definire) BO e dalla retta GH, che rappresenta la compressione semplice.

In questo lavoro verranno trattati i casi di distribuzione delle deformazioni allo SLU relativi ai campi 2, 3, 4, 5 e 6, ovvero ai casi di flessione e pressoflessione; per i casi di trazione semplice e compressione semplice, si rimanda a un qualunque altro testo.



## 2. Progetto e verifica delle sezioni

### 2.1. Introduzione all'utilizzo di grafici e formule

A ogni retta passante per i punti R, T e C – ognuna delle quali definisce una deformazione dei due materiali, acciaio e cls – corrisponde uno stato limite che è definito dalle sollecitazioni resistenti  $N_{Rd}$ ,  $M_{Rd}$ . Assegnata una generica coppia di sollecitazioni di progetto  $N_{Ed}$ - $M_{Ed}$  – individuata, per esempio, dal punto, che chiameremo, per semplicità, punto S – la verifica della sezione, nel caso di Flessione e/o Pressoflessione retta, consiste nel verificare che il punto S risulti interno al dominio di resistenza o, al più, appartenente alla curva di frontiera del dominio medesimo.

Assegnata una certa sezione, debitamente armata, sollecitata dalla coppia  $N_{Ed}$  ed  $M_{Ed}$ , un software dedicato permette di verificare quale sia la situazione rappresentata dalla coppia di sollecitazioni, con l'individuazione di un punto all'interno del dominio.

La verifica delle sezioni in c.a. allo SLU, a mano, invece, senza l'aiuto del software, si effettua con le equazioni generali di equilibrio alla traslazione e alla rotazione e con l'uso di Diagrammi appositamente predisposti (superfici di interazioni), verificando che il punto che individua la coppia  $N_{Ed}$  ed  $M_{Ed}$  espressa

con le coordinate adimensionali  $\nu_{Ed} = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$  e  $\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}}$ , si trovi

all'interno della “superficie di interazione” corrispondente alla sezione in esame,

tenendo conto della sua percentuale di armatura  $\omega = \frac{A_{s,tot} \cdot f_{yd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$ . Nelle pagine che

seguono saranno adottate delle procedure di calcolo con utilizzo della *Tabella Universale*, contenente i valori delle suddette coordinate adimensionali, strettamente legate fra loro e con le deformazioni dei due materiali, nei diversi campi. Anche il *Diagramma Universale* contiene valori delle coordinate adimensionali, strettamente legate alle deformazioni dei due materiali. Il *Diagramma Universale* non è altro che la trasposizione grafica dei valori contenuti in *Tabella Universale*.

## 2.2. Formule per il progetto di una sezione inflessa e presso-inflessa

Esistono più approcci per il calcolo di sezioni soggette a flessione e pressoflessione (e/o tensoflessione), strettamente legate fra loro e derivanti dalla formula generale.

Tra questi, la formula generale, cui si lega l'uso del *Diagramma Universale* e della *Tabella Universale*, per il progetto e la verifica di una sezione pressoinflessa o tensoinflessa è la seguente:

$$A_s = \frac{1}{f_{yd}} \cdot \left( \frac{M_{0,\text{lim}}}{z} + \frac{\Delta M_{Ed}}{d - d'} + N_{Ed} \right)$$

( $- N_{Ed}$  se trattasi di compressione,  $+ N_{Ed}$  se trattasi di trazione).

Nel caso della flessione semplice è  $N_{Ed} = 0$ , per cui la formula diventa:

$$A_s = \frac{1}{f_{yd}} \cdot \left( \frac{M_{0,\text{lim}}}{z} + \frac{\Delta M_{Ed}}{d - d'} \right)$$

La formula generale, valida per la pressoflessione è, dunque:

$$A_s = \frac{1}{f_{yd}} \cdot \left( \frac{M_{0,\text{lim}}}{z} + \frac{\Delta M_{Ed}}{d - d'} - N_{Ed} \right)$$

che, nelle pagine seguenti, per semplicità, sarà anche presente nella forma:

$$A_s = \frac{1}{f_{yd}} \cdot \left( \frac{M_0}{z} + \frac{\Delta M}{d - d'} - N_{Ed} \right)$$

In essa, il calcolo si effettua riportando lo sforzo normale sull'asse delle armature tese. Tale formula va bene per il calcolo di armature dissimmetriche. A essa si lega anche l'uso della *Tabella Universale*, che rappresenta l'altra procedura che, qui, sarà utilizzata. Questa formula altri non è che la vecchia formula di Wuckowski – utilizzata nel Metodo alle Tensioni Ammissibili – in cui, però, la tensione dell'armatura compressa qui si spinge a lavorare fino ad  $f_{yd}$ ,

seguendo la deformazione del cls, mentre nel Metodo alle T.A., dovendo seguire – a mezzo del coefficiente di omogeneizzazione  $n$  – la tensione del cls, il tasso di lavoro di  $A'_s$  era sensibilmente inferiore alla  $\sigma_{amm}$  dell'acciaio. Per il calcolo di sezioni pressoinflesse, da armare simmetricamente, la formula non si presta ed il calcolo va effettuato o seguendo altri metodi piuttosto laboriosi, o facendo uso di *Diagrammi di Interazione*, appositamente creati, per il cui utilizzo vale quanto già detto per il *Diagramma Universale* e per la *Tabella Universale*.

Qui si farà uso della formula di cui sopra, per calcolare le armature di sezioni soggette a pressoflessione, se queste sono da armare dissimmetricamente; si farà uso di *Diagrammi di Interazione*, se la sezione è da armare simmetricamente.

Di questi *Diagrammi di Interazione* ne esistono parecchi. Alcuni forniscono, come risultato,  $A_{s,tot}$  da dividere ai due lembi; altri forniscono l'armatura  $A_s$  singola, da sistemare sia a un lembo che all'altro; altri ancora forniscono l'armatura lungo tutti e quattro i lati della sezione. Tutti fanno riferimento al tipo di acciaio – ormai unico, B450C – e al rapporto  $d'/h$ ; tutti utilizzano, nella formula, la dimensione  $h$  = altezza totale della sezione.

Bisogna scegliere quello che fa al caso proprio.

### 2.3. Formule per la verifica di una sezione inflessa e presso-inflessa

La verifica di sezioni inflesse pressoinflesse, si affronta con le equazioni generali:

➤ nel campo 2:

- forza assiale:

$$N_{Rd} = 0,85 \cdot \beta \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x - A_s \cdot f_{yd} + A'_s \cdot \sigma_{yd}$$

- momento rispetto all'armatura tesa:

$$M^* = 0,85 \cdot \beta \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x \cdot (d - \kappa \cdot x) + A'_s \cdot \sigma_{yd} \cdot (d - d')$$

➤ nei campi 3, 4, 5:

- forza assiale:

$$N_{Rd} = 0,85 \cdot \beta \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x - A_s \cdot f_{yd} + A'_s \cdot f_{yd}$$

- momento rispetto all'armatura tesa:

$$M^* = 0,85 \cdot \beta \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x \cdot (d - \kappa \cdot x) + A'_s \cdot f_{yd} \cdot (d - d')$$

Nell'utilizzo della *Tabella Universale* e del *Diagramma Universale*, saranno, altresì, utilizzate le stesse formule e gli stessi diagrammi utilizzati nella progettazione:

A) Per il *Diagramma Universale*:

$$A_s = \frac{1}{f_{yd}} \cdot \left( \frac{M_{0,\text{lim}}}{z} + \frac{\Delta M_{Ed}}{d - d'} + N_{Ed} \right)$$

( $- N_{Ed}$  se trattasi di compressione,  $+ N_{Ed}$  se trattasi di trazione).

B) Per la *Tabella Universale*:

$$\omega = \omega_{0,\text{lim}} + \omega' - \nu$$

( $- \nu$  se trattasi di compressione,  $+ \nu$  se trattasi di trazione).

e:

$$\mu^* = \mu_{0,\text{lim}} + \omega'(1 - \delta')$$

C) Per il *Diagramma di Interazione*:

il Diagramma con formule collegate.

## 2.4. Premessa alla procedura di Progetto e di Verifica delle sezioni

Le verifiche e le progettazioni di sezioni in c.a. inflesse e/o pressoinflesse si conducono utilizzando i legami costitutivi dell'acciaio:

- legame *elastico-perfettamente plastico*, con  $\varepsilon_{su} = 10\text{‰}$ ;
- legame *elastico-incrudente*, con  $\varepsilon_{ud} = 67,5\text{‰}$ ;
- legame *elasto-plastico indefinito* (in assenza di  $\varepsilon_{su}$ ).

- Utilizzando il legame a), si può incorrere o nella situazione con

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{su} = 10\text{‰} \quad \text{ed} \quad \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \quad (\text{campi 2 e 2a})$$

oppure nella situazione con:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰} \quad \text{ed} \quad \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su} \quad (\text{campi 3 e 4}).$$

Quando si opera in campo 3 – sia che si utilizzi il legame a), sia che si utilizzi che il legame b) o c) – la verifica comporta pochi problemi, stante la costanza di  $\beta = 0,81$ ,  $\kappa = 0,416$  ed  $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 3,5\%$ . Se si opera, invece, in campo 2, la verifica con il legame a) è più complessa e andrebbe condotta per iterazione, determinando i corretti valori dei coefficienti  $\beta$  e  $\kappa$ , della deformazione  $\varepsilon_c$  – non più costanti – e di  $x$ , tali per cui possa essere soddisfatta l'equazione di equilibrio alla traslazione:

$$N'_c + N'_s - N_s = 0 \text{ (flessione)}$$

Per far ciò, bisogna sempre verificare, a ogni iterazione, se si è in presenza di  $\varepsilon_s = \varepsilon_{su} = 10\%$  ed  $\varepsilon_c < \varepsilon_{cu}$ , oppure di  $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 3,5\%$  ed  $\varepsilon_s < \varepsilon_{su}$ , e utilizzare, di caso in caso, le relative equazioni di congruenza.

- Utilizzando il legame b) invece, poiché nei casi pratici usuali non si raggiunge mai la condizione di deformazione  $\varepsilon_s = \varepsilon_{ud} = 67,5\%$  ed  $\varepsilon_c < \varepsilon_{cu}$ , si ricade sempre nel caso in cui è  $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 3,5\%$  ed  $\varepsilon_s < \varepsilon_{ud}$ .
- Utilizzando il legame c), si ricade sempre nel caso in cui è  $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 3,5\%$ , in assenza di  $\varepsilon_{su}$ .

Quindi, nei casi b) e c), il *pivot* è nel punto in cui è  $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 3,5\%$ . In tal caso, i valori di  $\beta$  e  $\kappa$  sono costanti e valgono  $\beta = 0,81$  e  $\kappa = 0,416$ . Ciò semplifica enormemente i calcoli. L'unico problema che rimane è il calcolo del valore di  $x$ , verificando che  $A'_s$  lavori a snervamento oppure no. I risultati finali di  $M_{Rd}$ , ottenibili con entrambi i legami costitutivi, sono gli stessi; cambia solo – di poco – il valore della  $x$ , che sarà, evidentemente, maggiore se si adotta il legame a). Evidentemente maggiore perché – essendo, nel campo 2, i valori di  $\beta$  e  $\kappa$  inferiori ai valori massimi e costanti in b) e c) – per ottenere lo stesso sforzo nella zona compressa di cls, l'altezza della parte di sezione compressa ( $= x$ ) deve essere maggiore, se  $\beta < 0,81$ .

- In tale lavoro, nelle operazioni di verifica, sarà adottato il Metodo Parabola Rettangolo e il legame dell'acciaio *elasto-plastico indefinito*.
- Nello studio delle sezioni a T, invece, viene utilizzato, prevalentemente, il Metodo *Stress-Block* e il legame dell'acciaio *elastico-incrudente*.

#### Nota

Di molti esercizi che seguiranno sarà effettuata anche una verifica con il software VCASLU, del prof. Gelfi. Il suddetto software fa riferimento alle Norme Tecniche del 2008. Poiché non vi è stata alcuna variazione dei coefficienti parziali per le resistenze dei materiali e poiché nulla è variato, rispetto alle NTC 2008, relativamente alle formule e alle procedure di progetto e verifica di sezioni inflesse e pressoinflesse, esso rimane assolutamente valido e attuale e in armonia con le NTC 2018.

## 2.5. Procedura per il progetto di una sezione inflessa

Generalmente, nel progettare una sezione in c.a. inflessa, si hanno a disposizione, come dati del problema, i seguenti parametri:  $M_{Ed}$ ,  $f_{cd}$ ,  $f_{yd}$ ,  $b$  (oppure  $d$ ),  $d'$ ; si tratta, quindi, di determinare:  $d$  (oppure  $b$ ),  $A_s$  e  $A'_s$ .

### Procedura di progettazione

- a) Per progettare le armature di una sezione, bisogna conoscerne la geometria, pertanto, se non si è in presenza di una sezione assegnata, bisogna calcolare, preliminarmente,  $d$  (o  $b$ ).

Per determinare correttamente  $d$ , in funzione del grado di duttilità che si intende assegnare alla sezione, bisogna assegnare un valore di  $\xi$ .

$$\text{Con } f_{cd} = \frac{0,83 \cdot 0,85 \cdot R_{bk}}{1,5} = 0,47 \cdot R_{bk}, \text{ sapendo che}$$

$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0,810 \cdot b \cdot f_{cd}} \cdot \frac{1}{d}, \text{ da questa, sviluppando, si ottiene:}$$

$$A_s = \xi \cdot 0,810 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (\text{in campo 3})$$

Essendo il momento resistente uguale a  $M_{Rd} = A_s \cdot f_{yd} \cdot z$  ed essendo, con buona approssimazione, nel campo 3, il valore di  $z = (\xi \cdot d) \rightarrow z = (0,8 \div 0,9) \cdot d$ , adottando un valore medio pari a  $z \approx 0,86 \cdot d$ , si ottiene  $M_{Rd} = A_s \cdot 0,86 \cdot d \cdot f_{yd}$ . Sostituendo in  $A_s$  il valore ricavabile dalla equazione di  $\xi$ , di cui sopra, si ottiene:

$$M_{Rd} = \left( \xi \cdot 0,810 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \right) \cdot f_{yd} \cdot 0,86 \cdot d \quad \rightarrow$$

$$M_{Rd} = 0,70 \cdot \xi \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

da cui:

$$d = \sqrt{\frac{M_{Ed}}{0,70 \cdot \xi \cdot b \cdot f_{cd}}}$$



Nella Nota<sup>(1)</sup> di cui sotto,  $d$  è ricavabile dalla formula del momento ridotto

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

Nell'uso della *Tabella Universale* si entra con valori a meno del coefficiente  $a_{cc} = 0,85$ . Ricordando, infatti, che i valori tabellari sono affetti dal coefficiente 0,85, è evidente che, se, all'interno di una stessa formula, usassimo due valori affetti dal medesimo coefficiente  $a_{cc} = 0,85$  commetteremmo – nel caso specifico – un'imperfezione ( $\rightarrow$  i risultati, alla fine, sarebbero, comunque, uguali a quelli corretti, ma il valore di  $\zeta$  sarebbe errato). Per cui, dalla formula di  $\mu$  di cui sopra, possiamo ricavare  $d$ , o utilizzando  $f_{cd}$  non moltiplicato per 0,85, oppure dividendo il valore assegnato di  $\zeta$  per 0,85, nel caso avessimo moltiplicato, precedentemente,  $f_{cd}$  per il coefficiente  $a_{cc} = 0,85$ .

Gli esempi 1 e 2, seguenti, chiariranno subito il concetto espresso. Comunque, in linea generale, è meglio utilizzare, sempre, il valore di  $f_{cd}$  derivante

dalla formula base  $f_{cd} = \frac{0,83 \cdot R_{bk}}{1,5} \cdot 0,85$ , e moltiplicare per 0,85 solo

laddove sia necessario, nelle varie formule (per esempio, nell'uso delle equazioni di equilibrio). Nell'uso della *Tabella Universale* e del *Diagramma Universale*, quindi, si userà il valore della resistenza caratteristica

della resistenza caratteristica  $f_{ck} = \frac{0,83 \cdot R_{bk}}{1,5}$ , in quanto il fattore 0,85 è

già in essi contemplato.

#### Nota<sup>(1)</sup>

Se si vuole calcolare l'esatto valore di  $d$ , in funzione di un dato valore di  $\zeta$  – all'interno del campo 3 – allora bisogna assegnare l'esatto valore di  $\zeta = (1 - 0,416 \cdot \zeta)$ , anziché utilizzare il valore medio 0,86, come fatto sopra.

La formula esatta, quindi, sarebbe:

$$M_{Rd} = \left( \xi \cdot 0,810 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \right) \cdot f_{yd} \cdot 0,86 \cdot \zeta \cdot d \rightarrow$$

$$M_{Rd} = 0,810 \cdot \xi \cdot b \cdot \zeta \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

da cui:

$$d = \sqrt{\frac{M_{Ed}}{0,810 \cdot \xi \cdot (1 - 0,416 \cdot \xi) \cdot b \cdot f_{cd}}}$$

Nella Tabella che segue, possono essere letti, direttamente, i valori già calcolati di  $\zeta$ , in funzione di  $\xi$  – anziché inserire nella formula il valore  $\zeta = (1 - 0,416 \cdot \xi)$  – e, quindi, si può utilizzare la:

$$d = \sqrt{\frac{M_{Ed}}{0,810 \cdot \xi \cdot \zeta \cdot b \cdot f_{cd}}} = \sqrt{\frac{M_{Ed}}{\mu \cdot b \cdot f_{cd}}}$$

con  $\mu = 0,85 \cdot \beta \cdot \xi_{lim} \cdot (1 - \kappa \cdot \xi_{lim})$ .

Con sfondo grigio, sono evidenziati i valori validi di  $\zeta$  ( $z = \zeta \cdot d$ ) all'interno del campo 3, con legame costitutivo dell'acciaio elastico-perfettamente plastico, con  $\varepsilon_{su} = 10\%$ .

**Tabella**

$\varepsilon \cdot 10^{-3}$	$\xi$	$\zeta$
1,0	0,777	0,676
1,5	0,690	0,713
1,8	0,660	0,725
2,0	0,637	0,735
2,5	0,583	0,757
3,0	0,538	0,776
3,5	0,500	0,792
4,0	0,467	0,806
4,5	0,438	0,818
5,0	0,412	0,829
5,5	0,387	0,839
6,0	0,368	0,845
6,5	0,350	0,854
7,0	0,333	0,861
7,5	0,318	0,877
8,0	0,304	0,873
8,5	0,291	0,879
9,0	0,280	0,883
9,5	0,269	0,888
10,0	0,260	0,892

- b) Una volta nota la geometria della sezione, tra i dati del problema, oltre  $f_{cd}$  e  $f_{yd}$ , ci sono anche il momento di progetto,  $M_{Ed}$  e il valore  $\zeta$  imposto – posizione relativa dell'asse neutro – che individua il campo di rottura della sezione. Con tali dati – che ne comportano altri – si può progettare l'armatura.

Di seguito saranno espone alcune procedure.

### 2.5.1. Uso del Diagramma Universale (vedi anche quanto detto sotto, in *Tabella Universale*)

- 1) Conoscendo il valore di  $M_{Ed}$  momento di progetto, se ne calcola il momento flettente adimensionale (momento ridotto):

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

in cui  $f_{cd} = \frac{0,83 \cdot R_{bk}}{1,5}$ , ovvero non moltiplicato per 0,85, in quanto, anche il

*Diagramma Universale*, come la *Tabella*, fornisce risultati che tengono conto del coefficiente  $\alpha_{acc} = 0,85$ .

- 2) Si confronta tale valore di  $\mu_{Ed}$  con il valore di  $\mu$  corrispondente al valore imposto di  $\zeta = \zeta_{0,lim}$ . Tale nuovo valore di  $\mu$ , lo chiameremo  $\mu_{0,lim}$  e rappresenta quel momento (o quella frazione del momento totale) che corrisponde alla portanza massima del calcestruzzo e richiedente armatura semplice.

Nelle pagine seguenti, per comodità,  $M_{0,lim}$  è anche indicato con  $M_0$  e, quindi, sarà anche  $\rightarrow \mu_0, \omega_0, \zeta_0$ .

- 3) Se  $\mu_{Ed} \leq \mu_{0,lim}$ , allora non necessita armatura in compressione; basterà un'armatura semplice che si calcola con la:

$$A_s = A_{s0} = \frac{1}{f_{yd}} \frac{M_{Ed}}{\zeta \cdot d} \quad \rightarrow \quad A_s = \frac{1}{f_{yd}} \frac{M_{Ed}}{z}$$

in cui il valore di  $\zeta$  si può leggere sul *Diagramma* in corrispondenza di  $\mu_{Ed}$ . Sul *Diagramma Universale*, in corrispondenza di un dato valore di  $\mu$  – in questo caso di  $\mu_{Ed} (\leq \mu_{0,lim})$  – si leggono anche i valori di  $\zeta, \varepsilon_c, \varepsilon_s$ , ecc.

4) Se  $\mu_{Ed} > \mu_{0,lim}$ , allora necessita anche un'armatura  $A'_s$  in compressione, per calcolare la quale si calcola, preliminarmente, l'aliquota di momento che dovrà essere sopportata da tale armatura compressa.

Tale aliquota di momento sarà pari alla differenza tra il momento di esercizio,  $M_{Ed}$ , e il momento che può sopportare la sezione semplicemente armata, cioè il momento  $M_{0,lim}$ , derivante da  $\mu_{0,lim}$ .

In formula:

$$\Delta\mu_{Ed} = \mu_{Ed} - \mu_{0,lim}$$

Si calcola:

$$M_{0,lim} = \mu_{0,lim} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

e, quindi, anche:

$$\Delta M_{Ed} = M_{Ed} - M_{0,lim}$$

con  $\Delta M_{Ed}$  (o semplicemente  $\Delta M$ ) = frazione del momento portato da coppia di armature tese e compresse.

Le armature saranno date dalle formule:

$$A_s = \frac{1}{f_{yd}} \left( \frac{M_{0,lim}}{z} + \frac{\Delta M_{Ed}}{(d - d')} \right)$$

$$A'_s = \frac{1}{f_{yd}} \frac{\Delta M_{Ed}}{(d - d')}$$

### 2.5.2. Uso della Tabella Universale

È bene dire che è buona regola progettare sezioni che abbiano un buon grado di duttilità. Si cercherà, pertanto, per quanto possibile, di progettare sempre sezioni con valori di  $0,26 \leq \zeta \leq 0,45$  (campo 3).

Il *Diagramma* e la *Tabella Universale* richiedono l'uso del Modello Parabola-Rettangolo e il legame dell'acciaio elastico-perfettamente plastico, con  $\varepsilon_{su} = 1,00\%$ . I valori desumibili dal *Diagramma* e dalla *Tabella Universale* sono relativi a sezioni semplicemente armate.

Se la sezione è doppiamente armata possono venire in soccorso tabelle che, in

funzione del rapporto  $u = \frac{A'_s}{A_s}$  e di  $\delta'$ , consentano di calcolare  $\omega_s$  e, quindi,

$\omega'_s = \omega_s \cdot u$ , al variare di  $\mu_{Ed}$ . In assenza di tali tabelle, se la sezione è doppiamente armata e se il valore di  $\zeta$  appartiene al campo 2 (in genere con  $\sigma'_s < f_{yd}$ ), il calcolo dell'armatura in compressione comporta la difficoltà di calcolare il valore di  $\sigma'_s$  da utilizzare nell'equazione risolvente. Se venisse applicata la formula generale – cui si lega sia il *Diagramma* che la *Tabella Universale* – senza calcolare l'effettivo valore di  $\sigma'_s$ , i risultati ottenuti conterrebbero errori che aumentano verso i valori più bassi di  $\zeta$ . Se, invece, il valore di  $\zeta \geq 0,26$  – campo 3 – non si pongono particolari problemi di calcolo, in quanto quasi sempre è  $\sigma'_s = f_{yd}$  e, qualora ciò non fosse, la costanza di  $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 0,35\%$  consente di pervenire subito al risultato richiesto. Per calcolare correttamente il valore dell'armatura compressa, quando il campo di rottura è il campo 2, si può pensare di superare le difficoltà, considerando, implicitamente – nel calcolo di  $A'_s$  – il valore di  $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 3,5\%$ , il che equivale a utilizzare il legame dell'acciaio *elasto-plastico indefinito*, (anziché quello *elastico-perfettamente plastico*, previsto per l'uso della *Tabella*), per cui è anche  $\beta = 0,81$  e  $\kappa = 0,416$ . Ciò è quanto viene messo in atto nella procedura che in seguito, solo per comodità espositiva, viene chiamata *metodo misto*: non esiste, infatti, un “*metodo misto*” in letteratura tecnica!

- 1) Conoscendo il valore di  $M_{Ed}$ , momento di progetto, se ne calcola il momento flettente adimensionale (momento ridotto):

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

in cui  $f_{cd} = \frac{0,83 \cdot R_{bk}}{1,5}$  ( $\rightarrow$  in *Tabella* si entra con  $\mu$  calcolato con  $f_{cd}$  non

moltiplicato per 0,85, ovvero con  $f_{ck}$ ).

Calcolato  $\mu_{Ed}$ , si confronta, in *Tabella*, il corrispondente valore di  $\zeta_{Ed}$  con quello di  $\zeta_{0,lim}$  imposto.

- 2) Se  $\zeta_{Ed} < \zeta_{0,lim}$ , anche  $\mu_{Ed} \leq \mu_{0,lim}$ ; allora la sezione non necessita di armatura in compressione e l'armatura semplice sarà, dunque, data da:

$$A_s = A_{s0} = \omega_0 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

con  $\omega_0$  letto in *Tabella*, in corrispondenza di  $\mu_{Ed} = \mu_{0,lim}$ .

Se  $\xi_{Ed} > \xi_{0,lim}$ , allora è anche  $\mu_{Ed} > \mu_{0,lim}$  e, quindi, la sezione necessita anche di un'armatura  $A'_s$  in compressione, per calcolare la quale si calcola, preliminarmente, l'aliquota di momento che dovrà essere sopportato da tale armatura compressa.

Tale aliquota di momento sarà pari alla differenza tra il momento di esercizio,  $M_{Ed}$  e il momento che può sopportare la sezione semplicemente armata, cioè il momento  $M_{0,lim}$  derivante da  $\mu_{0,lim}$ .

In formula:

$$\Delta\mu_{Ed} = \mu_{Ed} - \mu_{0,lim}$$

3) Ottenuto  $\Delta\mu_{Ed}$ , in funzione di questo e con  $\delta' = d'/d$ , si calcola:

$$\omega' = \frac{\Delta\mu_{Ed}}{(1 - \delta')}$$

Ottenuto il valore di  $\omega'$ , conoscendo anche il valore di  $\omega_{0,lim}$ , in quanto valore corrispondente a  $\mu_{0,lim}$ , si possono calcolare le armature con le:

$$A_s = (\omega_{0,lim} + \omega') \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A'_s = \omega' \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

\*\*\*

Durante la progettazione di sezioni con doppia armatura, specie se queste sono travi in spessore, sorge il dubbio se  $A'_s$ , che si sta per progettare, lavori alla tensione  $\sigma'_s = f_{yd}$  o no, ovvero se lavori a snervamento o no. Entrambe le procedure suesposte presuppongono che sia  $\sigma'_s = f_{yd}$ , ma molte volte non è così. Quando si riscontra che  $\delta' > \delta'_{lim}$ , allora l'armatura compressa non lavora a snervamento. In tal caso, si procede seguendo una delle seguenti modalità:

- si procede con metodi iterativi, magari con l'aiuto veloce di un software che ci dia un'armatura tale per cui sia soddisfatta la condizione  $M_{Rd} \geq M_{Ed}$ ;
- si procede con i metodi suesposti, presupponendo che sia  $\sigma'_s = f_{yd}$  e poi si esegue la verifica ed, eventualmente, si ritocca l'armatura (il che, più o meno, equivale a quanto detto nel punto a);

- c) si può adottare il seguente procedimento, che utilizzeremo anche in fase di verifica e che, come detto sopra, solo per comodità espositiva, chiameremo *metodo Tabellare/misto* o, più semplicemente, *metodo misto*.

### 2.5.3. Metodo misto

Si può adoperare *in toto* il Metodo Tabellare, fino al calcolo di  $A_s$ , ovvero:

- 1) Conoscendo il valore di  $M_{Ed}$ , momento di progetto, se ne calcola il momento flettente adimensionale (momento ridotto):

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{bd^2 f_{cd}}$$

in cui  $f_{cd}$  viene posto uguale a:

$$f_{cd} = \frac{0,83 \cdot R_{bk}}{1,5} \quad (= f_{ck})$$

e si confronta, in *Tabella*, il corrispondente valore di  $\xi_{Ed}$  con quello di  $\xi_{0,lim}$  imposto.

- 2) Se  $\xi_{Ed} < \xi_{0,lim}$ , anche  $\mu_{Ed} \leq \mu_{0,lim}$ , allora non necessita armatura in compressione. L'armatura semplice sarà data da:

$$A_s = A_{s0} = \omega_0 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

con  $\omega_0$  letto in *Tabella*, in corrispondenza di  $\mu_{Ed}$ , con  $f_{cd}$  come sopra descritto.

- 3) Se  $\xi_{Ed} > \xi_{0,lim}$ , allora è anche  $\mu_{Ed} > \mu_{0,lim}$ , e, quindi, si necessita anche di un'armatura  $A'_s$  in compressione, per calcolare la quale si calcola, preliminarmente, l'aliquota di momento che dovrà essere sopportata da tale armatura compressa. Tale aliquota di momento sarà pari alla differenza tra il momento di esercizio,  $M_{Ed}$ , ed il momento che può sopportare la sezione semplicemente armata, cioè il momento  $M_{0,lim}$ , derivante da  $\mu_{0,lim}$ . In formula:

$$\Delta\mu_{Ed} = \mu_{Ed} - \mu_{0,lim}$$

4) Ottenuto  $\Delta\mu_{Ed}$  in funzione di questo si calcola, con  $\delta' = d'/d$ :

$$\omega' = \frac{\Delta\mu_{Ed}}{(1 - \delta')}$$

Ottenuto il valore di  $\omega'$ , conoscendo anche il valore di  $\omega_{0,lim}$ , in quanto valore corrispondente a  $\mu_{0,lim}$ , si calcola l'armatura tesa con la:

$$A_s = (\omega_{0,lim} + \omega') \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

Per sapere, poi, se l'armatura compressa lavorerà alla tensione  $\sigma'_s = f_{yd}$ , adottando, implicitamente, il legame dell'acciaio elasto-plastico indefinito – anziché quello elastico-perfettamente plastico con limite  $\varepsilon_{su} = 10\text{‰}$  – si verifica se  $\delta'$  è superiore o inferiore a  $\delta'_{lim}$ , con  $\delta'_{lim} = 0,47 \cdot \xi_{lim}$  (con  $E_s = 2100000 \text{ daN/cm}^2$ ) (si veda dimostrazione in capitolo 4):

- se  $\delta' < \delta'_{lim} \rightarrow A'_s$  lavorerà a snervamento, con  $s' = \frac{\sigma'_s}{f_{yd}} = 1$ , quindi si procederà normalmente, secondo i procedimenti esposti;
- se  $\delta' > \delta'_{lim} \rightarrow A'_s$  non lavorerà alla tensione  $\sigma'_s = f_{yd}$ , quindi,  $s' < 1$ .

Bisognerà, dunque, calcolare il valore di  $s'$ . Conoscendo il valore di  $\xi$ , si calcola il valore di  $s'$  con la:

$$s' = \frac{\xi - \delta'}{\xi} \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd}} = 1,88(1 - \delta' / \xi)$$

con  $\varepsilon_{yd} = 1,86\text{‰}$  (con  $E_s = 2100000 \text{ daN/cm}^2$ ).

Calcolato  $s'$ , si procede al calcolo di  $A'_s$ :

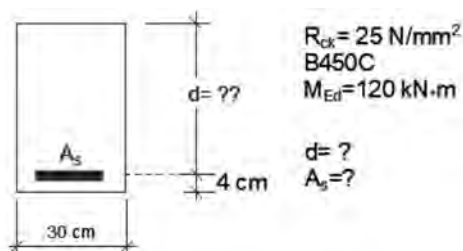
$$A'_s = \frac{\Delta M_{Ed}}{(d - d') \cdot s' \cdot f_{yd}}$$

La tensione di lavoro di  $A'_s$  sarà:  $\sigma'_s = s' \cdot f_{yd}$ .



### 3. Esercizi di progetto di Sezioni Inflesse

#### ESERCIZIO 1



Si calcolano, preventivamente, le resistenze di progetto:

Resistenza cls:

$$f_{cd} = \frac{0,85 \cdot 0,83 \cdot R_{bk}}{1,5} \rightarrow f_{cd} = 0,85 \cdot 138 \rightarrow f_{cd} = 117 \text{ daN/cm}^2$$

Resistenza acciaio:

$$f_{yd} = 391 \text{ N/mm}^2 = 3910 \text{ daN/cm}^2$$

Con  $M_{Ed} = 1200000$  da  $\text{N} \cdot \text{cm}$ , si calcola  $d$  imponendo, ad esempio, un valore di  $\zeta$  pari a  $\zeta = 0,35^{(2)}$ :

1° modo

$$d = \sqrt{\frac{1200000}{0,70 \cdot 0,35 \cdot 30 \cdot 117}} = 37,4 \text{ cm}$$

Si adotta  $d = 41 \text{ cm} \rightarrow h = 45 \text{ cm}$ .

- Volendo calcolare più correttamente  $d$ , secondo quanto riportato in Nota <sup>(1)</sup>, con  $\zeta = 0,86$ , letto in Tabella in funzione di  $\xi = 0,35$ , si otterrebbe:

$$d = \sqrt{\frac{1200000}{0,810 \cdot 0,86 \cdot 0,35 \cdot 30 \cdot 117}} = 37,45 \text{ cm}$$

## 2° modo

In corrispondenza di  $\xi = 0,35$  si legge  $\mu = 0,206$  ( $\mu = 0,206$  è esattamente il risultato del prodotto  $0,85 \cdot \beta \cdot \xi \cdot (1 - \kappa \cdot \xi)$ , che altri non è che  $\mu$  (di cui in Nota <sup>(1)</sup>).

Dalla  $\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$ , essendo sia  $f_{cd}$  che  $\mu$  moltiplicati per 0,85, si adotta

direttamente  $f_{cd}$  non moltiplicato per 0,85 (ovvero si adotta  $f_{ck}$ ) e si ricava  $d$ :

$$d = \sqrt{\frac{1200000}{0,206 \cdot 30 \cdot 138}} = 37,5 \text{ cm}$$

Si adotta  $d = 41 \text{ cm} \rightarrow h = 45 \text{ cm}$ <sup>(3)</sup>

### Nota<sup>(2)</sup>

Il valore ottimale è  $\xi = 0,259$ ; con tale valore entrambi i materiali lavorano, contemporaneamente, al massimo della loro capacità deformativa:  $\varepsilon_c = 0,0035$ ;  $\varepsilon_s = 0,010$ .

Il valore di  $f_{cd}$  nel caso 1° modo, non può che essere moltiplicato per 0,85.

### Nota<sup>(3)</sup>

Adottare un'altezza sensibilmente maggiore di quella teorica derivante dal calcolo, significa, anche, che il valore di  $\xi$  si discosterà, sensibilmente, da quello imposto. Per tale ragione, quando il valore di  $\xi$ , derivante dal calcolo (anche per variazione di  $d$ ), sarà minore di quello imposto, si procederà al dimensionamento dell'armatura facendo riferimento all'effettivo valore di  $\xi$  derivante dal calcolo; ovvero, si dimensionerà  $A_s$  leggendo in *Tabella Universale*  $\omega$  ( $e \mu$ ), in funzione di tale valore. Analogamente, sul *Diagramma Universale*, si leggerà il valore di  $\zeta$  in funzione del suddetto valore di  $\xi$  (o di  $\mu$ ).

Nel caso in oggetto, adottando una  $d = 41 \text{ cm}$  (maggiore di 37,41 cm, teorica di calcolo), il valore di  $\zeta$ , a parità di momento  $M_{Ed}$ , non sarà più  $\zeta = 0,35$ , bensì  $\zeta = 0,285$  ( $\rightarrow$  da  $\mu = 0,172$ ) e  $\omega$  sarà  $\omega = 0,195$ .

Se, per dimensionare l'armatura, si adottasse il valore di  $\omega = 0,241$  (da  $\xi = 0,35$ ) in verità si farebbe riferimento a un  $\mu = 0,206$ , ovvero a un momento maggiore di  $M_{Ed}$  e, quindi, ne deriverebbe un'armatura maggiore di quella richiesta. Analogamente con l'uso del *Diagramma*, se si ricava  $\zeta$  in funzione di  $\xi = 0,35$ , in verità la si sta ricavando per un  $\mu = 0,206$ , differente dal valore di calcolo (derivante da  $M_{Ed}$ ), pari a  $\mu = 0,172$ .

Se si volesse che la sezione lavorasse con  $\zeta = 0,35$ , allora bisognerebbe adottare un'altezza pari a quella teorica,  $d = 37,41$  cm, ottenuta imponendo giusto  $\zeta = 0,35$ .

Concludendo, quando  $\zeta_{teorico} < \zeta_{imposto}$ , si adotteranno i valori di  $\zeta$ ,  $\mu$ ,  $\omega$  relativi al valore di  $\zeta$  effettivo.

Sviluppando l'esercizio, dunque, si avrà:

### Uso del *Diagramma Universale*

Si calcola, preventivamente, la resistenza di progetto del cls:

$$f_{cd} = \frac{0,85 \cdot 0,83 \cdot R_{bk}}{1,5} \rightarrow f_{cd} = 0,85 \cdot 138 \rightarrow f_{cd} = 117 \text{ daN/cm}^2$$

Si calcola il momento ridotto:

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \rightarrow \mu_{Ed} = \frac{1200000}{30 \cdot 41^2 \cdot 138} = 0,172$$

Se si volesse progettare la sezione con  $\zeta$  imposto, pari a  $\zeta = 0,35$ , in corrispondenza di tale valore, sul *Diagramma Universale*, si stimerebbe:  $\mu_{0,\text{lim}} \approx 0,205$  (in *Tabella Universale*,  $\mu_{0,\text{lim}} = 0,206$ )  $> \mu_{Ed}$ .

Quindi, si commetterebbe errore se si dimensionasse l'armatura in base al valore di  $\zeta$  derivante da  $\zeta = 0,35$ , perché ciò significherebbe dimensionare l'armatura in base a  $\mu = 0,206$ , ben maggiore di  $\mu = 0,172$ . Pertanto, si adotterà il valore di  $\zeta = 0,88$ , stimato sul *Diagramma* in funzione di  $\mu = 0,172$ . Essendo, inoltre,  $\mu_{Ed} < \mu_{0,\text{lim}}$  ( $\zeta = 0,35 \rightarrow \mu_{0,\text{lim}}$ ), la sezione non necessiterà di armatura in compressione. Quindi, sarà:

$$A_s = A_{s0} = 1200000 / 0,88 \cdot 41 \cdot 3910 = 8,50 \text{ cm}^2$$

### Uso della *Tabella Universale*

Si calcola, preventivamente, la resistenza di progetto del cls:

$$f_{cd} = 0,85 \cdot \frac{0,83 \cdot R_{bk}}{1,5} \rightarrow f_{cd} = 0,85 \cdot 138 \rightarrow f_{cd} = 117 \text{ daN/cm}^2$$

Si calcola il momento ridotto:

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \rightarrow \mu_{Ed} = \frac{1200000}{30 \cdot 41^2 \cdot 138} = 0,172$$

Se si volesse progettare la sezione con  $\zeta$  imposto, pari a  $\zeta = 0,35$ , in corrispondenza di tale valore, in *Tabella Universale*, si leggerebbe:  $\mu_{0,lim} = 0,206 > \mu_{Ed}$ . Quindi, si commetterebbe errore se si dimensionasse l'armatura in base al valore di  $\zeta$  derivante da  $\zeta = 0,35$ , perché ciò significherebbe dimensionare l'armatura in base a  $\mu = 0,206$ , ben maggiore di  $\mu_{Ed} = 0,172$ . Pertanto, poichè  $\mu_{Ed} = 0,172 \rightarrow \zeta = 0,285 < \zeta_{lim}$  ( $\zeta_{lim} = 0,35$ ), si dimensionerà l'armatura in base al valore di  $\mu_{Ed} = 0,172$ , ovvero, in base al valore di  $\zeta = 0,285$ . In base a tali valori, si legge in *Tabella*:  $\omega = 0,195 < \omega_{lim}$  ( $\omega_{lim} = 0,206$ ) e, quindi:

$$A_s = A_{s0} = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \rightarrow$$

$$A_s = 0,195 \cdot 30 \cdot 41 \cdot \frac{138}{3910} = 8,47 \text{ cm}^2$$

## Verifica con software

The screenshot shows the 'Verifica C.A. S.L.U.' software interface. The main window contains several input fields and tables. The 'Titolo' field is empty. The 'N° strati barre' is set to 1. The 'Tipo Sezione' is set to 'Rettan.re'. The 'Metodo di calcolo' is set to 'S.L.U.+'. The 'Tipo flessione' is set to 'Retta'. The 'N° rett.' is set to 100. The 'Calcola MRd' button is highlighted. The 'Precompresso' checkbox is unchecked.

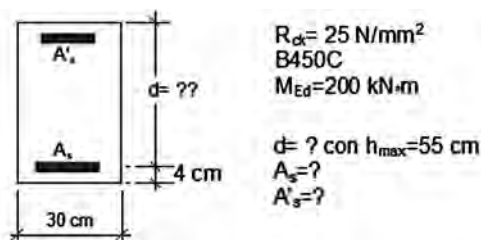
N°	b [cm]	h [cm]	N°	As [cm²]	d [cm]
1	30	45	1	8.50	41

Sollecitazioni		P.to applicazione N	
S.L.U.	Metodo n	Centro	Baricentro cls
N <sub>Ed</sub> 0	0 kN	Coord [cm]	xN 0
M <sub>xEd</sub> 0	0 kNm	yN 0	
M <sub>yEd</sub> 0	0		

Materiali		C20/25	
ε <sub>su</sub> 67.5	ε <sub>c2</sub> 2	ε <sub>cu</sub> 3.5	
f <sub>yd</sub> 391.3	f <sub>cd</sub> 11.7		
E <sub>s</sub> 200.000	f <sub>cc</sub> /f <sub>cd</sub> 0.8		
E <sub>s</sub> /E <sub>c</sub> 15	σ <sub>c,adm</sub> 8.5		
ε <sub>syd</sub> 1.957	τ <sub>co</sub> 0.5333		
σ <sub>s,adm</sub> 255	τ <sub>c1</sub> 1.686		

Lato calcestruzzo - Acciaio invernato	
M <sub>kRd</sub> 120.2	kNm
σ <sub>c</sub> -11.7	N/mm²
σ <sub>s</sub> 391.3	N/mm²
ε <sub>c</sub> 3.5	
ε <sub>s</sub> 8.762	
d 41	cm
x 11.7	x/d 0.2854
	ξ 0.7968

## ESERCIZIO 2



Resistenza cls:

$$f_{cd} = \frac{0,85 \cdot 0,83 \cdot R_{bk}}{1,5} \rightarrow f_{cd} = 0,85 \cdot 138 \rightarrow f_{cd} = 117 \text{ daN/cm}^2$$

Resistenza acciaio:

$$f_{yd} = 391 \text{ N/mm}^2 = 3910 \text{ daN/cm}^2$$

Si calcola, poi,  $d$ , imponendo, ad esempio, un valore di  $\zeta$  pari a:  $\zeta = 0,25$ :

1° modo

$$d = \sqrt{\frac{2000000}{0,810 \cdot 0,25 \cdot 0,896 \cdot 30 \cdot 117}} = 56,04 \text{ cm}$$

2° modo

$$f_{cd} = 0,85 \cdot \frac{0,83 \cdot R_{bk}}{1,5} \rightarrow f_{cd} = 0,85 \cdot 138 \rightarrow f_{cd} = 117 \text{ daN/cm}^2$$

Imponendo il valore di  $\zeta = 0,25$ , in sua corrispondenza si legge  $\mu = 0,153$ .

Dalla  $\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$ , si ricava  $d$  (vedi quanto detto in *Uso del Diagramma*

*Universale*):

$$d = \sqrt{\frac{2000000}{0,153 \cdot 30 \cdot 138}} = 56,19 \text{ cm}$$

Essendo imposta  $h_{max} = 55 \text{ cm}$ , si adotta  $d = 51 \text{ cm} \rightarrow h = 55 \text{ cm}$ .



**Acquistalo**