

ANDREA ROMANAZZI

# Modellazione idrogeologica

Guida agli strumenti teorici e pratici per la modellazione degli acquiferi

**INTRUSIONE MARINA NEGLI ACQUIFERI COSTIERI - ACQUIFERI CARSIICI -  
FLUSSO E TRASPORTO NELLE ACQUE DI FALDA - SUGGERIMENTI ALL'USO DEL CODICE DI CALCOLO MODFLOW**



Dario Flaccovio Editore

*A mia madre e mio padre che mi hanno seguito,  
spronato e guidato, a mia sorella che mi ha indirizzato,  
a Maurizio che mi ha insegnato*



Andrea Romanazzi

# MODELLAZIONE IDROGEOLOGICA

Guida agli strumenti teorici e pratici  
per la modellazione degli acquiferi



Dario Flaccovio Editore

Andrea Romanazzi

MODELLAZIONE IDROGEOLOGICA

Guida agli strumenti teorici e pratici per la modellazione degli acquiferi

ISBN 9788857908700

© 2018 by Dario Flaccovio Editore s.r.l. - tel. 0916700686

[www.darioflaccovio.it](http://www.darioflaccovio.it)

[www.webintesta.it](http://www.webintesta.it)

[magazine.darioflaccovio.it](http://magazine.darioflaccovio.it)

[darioflaccovioeventi.it](http://darioflaccovioeventi.it)

Prima edizione: ottobre 2018

Stampa: Palermo, luglio 2018

Nomi e marchi citati sono generalmente depositati o registrati dalle rispettive case produttrici.

L'editore dichiara la propria disponibilità ad adempiere agli obblighi di legge nei confronti degli aventi diritto sulle opere riprodotte.

La fotocopiatura dei libri è un reato.

Le fotocopie per uso personale del lettore possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascun volume/fascicolo di periodico dietro pagamento alla SIAE del compenso previsto dall'art. 68, commi 4 e 5, della legge 22 aprile 1941 n. 633. Le riproduzioni effettuate per finalità di carattere professionale, economico o commerciale o comunque per uso diverso da quello personale possono essere effettuate solo a seguito di specifica autorizzazione rilasciata dagli aventi diritto/dall'editore.

# Indice

<b>Premessa</b> .....	pag. 7
<b>1. La risorsa idrica e le sue problematiche</b>	
1.1. La disponibilità della risorsa idrica.....	» 9
1.1.1. Il degrado qualitativo.....	» 11
<b>2. La gestione della risorsa</b>	
2.1. Utilizzo degli indicatori per una gestione quali-quantitativa delle acque: dal safe yield ai modelli numerici.....	» 13
<b>3. Il fenomeno dell'intrusione marina e i primi modelli predittivi</b>	
3.1. Il fenomeno dell'intrusione marina.....	» 17
3.2. Primi modelli predittivi: il modello Ghyben-Herzberg-Glover.....	» 19
3.3. La correzione di Hubbert e la soluzione di Fetter.....	» 22
<b>4. Modelli numerici idrogeologici per la simulazione del flusso/trasporto</b>	
4.1. Modelli analitici e modelli numerici.....	» 25
4.2. Modelli numerici FDM e FEM.....	» 27
<b>5. Il moto dell'acqua sotterranea</b>	
5.1. Equazione del moto del flusso.....	» 29
5.1.1. Conducibilità idraulica e immagazzinamento specifico.....	» 32
5.2. Moto di filtrazione a densità variabile.....	» 34
5.3. Equazioni del trasporto in falda.....	» 35
<b>6. La scelta del codice di calcolo</b>	
6.1. Come scegliere il codice di calcolo: approccio EPM o fratturato.....	» 41
6.2. I codici di calcolo più diffusi.....	» 42
6.2.1. Il codice di calcolo Modflow.....	» 44
<b>7. La realizzazione del modello numerico</b>	
7.1. Dal sistema fisico al modello matematico.....	» 49
7.2. Individuazione dell'area di studio.....	» 50

7.3. Discretizzazione dell'area di studio e individuazione dei complessi idrogeologici .....	» 52
7.4. Proprietà idrogeologiche e condizioni iniziali .....	» 55
7.5. Le condizioni al contorno .....	» 56
7.5.1. Calcolo della ricarica .....	» 59
7.6. Stima degli efflussi costieri .....	» 64
7.7. Stima dei prelievi ad uso agricolo e potabile .....	» 66
<b>8. Scelta del solutore di calcolo e individuazione della soluzione</b>	
8.1. Algoritmi di calcolo .....	» 67
<b>9. Calibrazione del modello</b>	
9.1. La fase di calibrazione e validazione .....	» 71
<b>10. I codici MODPATH, MT3D e SEAWAT</b>	
10.1. Studio delle direzioni vettoriali delle acque sotterranee – codice MODPATH .....	» 75
10.2. Il trasporto di soluto e il flusso densità dipendente – codice MT3D e codice SEAWAT .....	» 76
<b>11. Un esempio di applicazione del modello</b>	
11.1. Previsioni quali-quantitative della risorsa idrica .....	» 81
11.2. Cambiamenti climatici nel XXI secolo nel bacino del Mediterraneo .....	» 82
11.2.1. Variazione della concentrazione salina e del livello marino .....	» 83
11.2.2. Input del modello per i ventenni 2000-2020, 2021-2040 e 2041-2060 .....	» 85
<b>12. Conclusioni</b> .....	» 89
<b>Bibliografia</b> .....	» 91

## Premessa

La problematica dello studio degli acquiferi e dell'interazione tra falda acquifera e infrastrutture di superficie è diventata oggi di vitale importanza e attualità nell'ambito dell'Ingegneria idraulica e ambientale. Per far fronte al numero elevato di parametri e alla complessità che caratterizza lo studio di un acquifero oggi si fa sempre più ricorso ai modelli numerici. L'uso di modellazioni permette al professionista di integrare tutti gli aspetti presenti nell'area di studio e di testare scenari multipli che possono essere di aiuto nella ricerca di soluzioni progettuali. Oggi sono in commercio moltissimi codici di calcolo, alcuni open source, come *ModelMuse* o *PMWiN*, che hanno il vantaggio della gratuità ma che spesso sono poco user friendly, altri di proprietà, come ad esempio *Visual Modflow*, *Groundwater Vistas* o *Feflow*, che permettono al progettista di trovare facilmente risposte a problemi anche molto complessi. Il ricorso a tali strumenti diventa così indispensabile, ad esempio, per la progettazione di sistemi di bonifica di barriere idrauliche, di sistemi di *pump and treat*, campi pozzi, opere in sotterraneo, interferenze tra pozzi o delimitazione delle aree di protezione, valutazione dell'impatto di contaminanti, valutazione dei processi di attenuazione naturale, e si potrebbe continuare per molte pagine. Questo saggio ha lo scopo di fornire gli strumenti teorici e pratici necessari per una modellazione di un acquifero costiero. Dopo una breve parte teorica, necessaria per un corretto approccio alla modellazione, questo lavoro sarà caratterizzato da un taglio fortemente pratico e applicativo.

Seguendo la modellazione di un acquifero costiero carsico particolarmente complesso come quello del Salento, in Puglia, che, a causa delle sue caratteristiche, risulta fortemente vulnerabile a fenomeni di dequalificazione delle proprietà delle acque a causa dell'intrusione marina, verranno mostrati tutti gli step necessari per una corretta modellazione numerica. Verranno inoltre descritte le basi teoriche dei codici di calcolo oggi presenti sul mercato in particolare soffermandosi sul codice di calcolo *Modflow* (U.S. Geological Survey), i cui algoritmi sono considerati standard mondiali per la simulazione del flusso ne-



# 1. La risorsa idrica e le sue problematiche

## 1.1. La disponibilità della risorsa idrica

L'acqua è una risorsa naturale fondamentale per la sopravvivenza di tutti gli organismi viventi, per la salute umana e l'esistenza della biodiversità. È un dato storico noto che i primi insediamenti umani siano sorti in prossimità delle sorgenti di acqua e dei fiumi, e le prime civiltà organizzate siano nate attorno ai fiumi essenzialmente per l'esigenza di organizzare collettivamente la gestione della risorsa idrica. La costruzione di acquedotti a gravità, introdotti in Europa dai Romani, ha permesso di allontanare l'insediamento urbano dalle fonti primarie di acque. L'acqua era trasportata attraverso canali a pelo libero e convogliata in cisterne dalle quali veniva sollevata manualmente, con secchi o pompe idrauliche avviate a braccia; gli acquedotti di questo tipo sono rimasti in esercizio fino all'800. È però solo negli anni Trenta del XX secolo che si è diffusa la coscienza dell'importanza strategica della risorsa idrica e la proprietà delle acque è diventata pubblica. Parimenti, negli stessi anni, si è diffusa la coscienza della necessità di garantire l'accesso universale al servizio idrico, per motivi igienici e umanitari. Recentemente, l'European Water Framework Directive ha definito l'acqua non un bene commerciale ma una eredità che deve essere protetta e preservata in particolare in quei specifici contesti climatici e idrologici, quali le zone aride e semi-aride, dove la risorsa è già naturalmente scarsa (Direttiva Europea 2000/60/EC).

A causa della crescita delle attività umane, la disponibilità di acqua potabile per persona sta diminuendo. Kofi Annan, Segretario Generale ONU, ha dichiarato *«uniamo gli sforzi, utilizziamo le conoscenze e le tecnologie a nostra disposizione e facciamo del nostro meglio per tutelare le preziose risorse di acqua dol-*

*ce del pianeta, la nostra ancora di salvezza per la sopravvivenza e lo sviluppo sostenibile del XXI secolo»* (ONU, 2003; Civita, 2005).

Secondo il World Water Development Report dell'Unesco nei prossimi vent'anni la quantità d'acqua disponibile per ogni persona diminuirà del 30% (Unesco, 2003). Il problema dell'accesso all'acqua di buona qualità è diventato, dunque, impellente e preoccupante, tanto che alcuni prevedono una crisi dell'acqua all'orizzonte. Purtroppo la maggior parte della preoccupazione della governance è legata all'aspetto più visibile delle acque, ovvero quelle superficiali, suddivise in laghi, fiumi, aree umide e acque di transizione, mentre la risorsa presente nel sottosuolo viene generalmente definita con il generico termine di *acque sotterranee* senza considerare le molteplici differenze che esistono e le differenti tipologie di acquiferi. Si calcola che la terra abbia 1386 milioni di chilometri cubi di acqua. Di questi il 97,5% è salata (1.351.000.000 km<sup>3</sup>), mentre del rimanente 2,5% (35.000.000 km<sup>3</sup>) il 68,7% è contenuto nei ghiacciai e nelle nevi perenni, il 30,9% nel sottosuolo e solo lo 0,4% è disponibile attraverso sorgenti, fiumi, laghi, bolle e falde idriche superficiali (AA.VV., 2008). Se focalizziamo l'attenzione solo sull'Europa, attualmente l'approvvigionamento potabile del 75% della popolazione è garantito dalle acque sotterranee (COST, 2003; COST 2005; Martínez-Navarrete, 2008), di cui il 50% proviene da acquiferi carsici (COST, 2005). Questo è solo uno tra i principali motivi per cui la tutela di questa risorsa naturale è, in questi ultimi anni, al centro di numerose iniziative a scala nazionale e comunitaria, un esempio per tutti la Direttiva Acque WFD 2000/60/CE. Indipendentemente dalle previsioni sui quantitativi disponibili in funzione degli effetti delle modificazioni climatiche, si osserva un progressivo aumento del consumo idrico e una crescente difficoltà nel soddisfacimento della domanda idrica per i diversi usi, irriguo, industriale e potabile. Da qui l'importanza di un approccio di tutela della risorsa idrica sotterranea che è in molte regioni l'unica fonte di approvvigionamento. L'Unione Europea, nel 2000, ha definito una Direttiva Quadro in materia di acque, la 2000/60/CE, con lo scopo di controllare il progressivo degrado in atto, obbligando gli stati membri ad una gestione della risorsa che porti, entro il 2015, ad un generale giudizio "buono" da un punto di vista quali-quantitativo della risorsa. L'idea di base è cercare di gestire il prelievo trasformando la domanda da un ciclo depauperativo in uno controllato e sostenibile (Tuinhof et al., 2005). Per quanto riguarda il consumo, in Europa il 30% dell'acqua ad uso potabile viene estratto dal sottosuolo. Nazioni quali Danimarca, Austria, Svizzera e Islanda estraggono più dell'80% dell'acqua potabile dalle risorse idriche sotterranee (Krinner et al., 1999). Non

è da meno l'Italia: nel 2008 il prelievo potabile derivava per l'89% da acque sotterranee, ovvero pozzi e sorgenti, e solo il 11% da quelle superficiali (WWF, 2004). Per quanto concerne invece l'effetto che l'agricoltura ha sulla risorsa idrica, in Italia tale settore è quello che più di tutti preleva e consuma acqua. Infatti il nostro è il terzo paese europeo per percentuale di consumo dell'acqua in agricoltura, preceduto da Grecia (80%) e Spagna (72%) e seguito dal Portogallo (59%) (Legambiente, 2008). Secondo i dati del Censimento dell'agricoltura 2010 (ISTAT, 2011), il 25,5% dell'acqua proviene da pozzi privati, il 57,7% da consorzi ed enti territoriali che a loro volta possono prelevare da falde, e solo il 15% da acque superficiali. L'utilizzo di acque sotterranee diviene ancora più pressante se ci riferiamo al Sud Italia, per il quale è pari al 44%, tenendo conto solo dei pozzi privati. La scarsità delle acque superficiali della Regione fa sì che quelle sotterranee costituiscano diffusamente l'unica risorsa fondamentale per la crescita socio-economica. Questa caratteristica, intrinseca del Sud Italia, è aggravata dai mutamenti climatici in atto che vedono una riduzione delle precipitazioni e un aumento della temperatura. Il calo della ricarica naturale, osservato in particolare dal 1980 in poi in tutta l'Italia Meridionale, si è così sovrapposto ad un crescente utilizzo delle acque sotterranee, rendendo così sempre più realistici i rischi di sovrasfruttamento antropico della falda e gli annessi fenomeni di salinizzazione e alcalinizzazione dei suoli. A quanto detto si devono evidenziare una sempre più massiccia urbanizzazione dell'area costiera, alla stregua di una vera e propria "città lineare", una sempre più diffusa impermeabilizzazione del territorio, con la modifica del regime idrogeologico dell'area, nonché, soprattutto nei mesi estivi, quando la criticità della risorsa è massima, una importante intensificazione della pressione turistica. È oramai evidente che i prelievi superano, in molte aree, la capacità naturale di ricostituzione delle riserve sotterranee, aggravando le possibilità future di approvvigionamento.

### ***1.1.1. Il degrado qualitativo***

Alla problematica di tipo quantitativo della risorsa idrica si aggiunge l'ormai diffuso degrado qualitativo. Possiamo definire *inquinamento* la presenza nelle acque sotterranee di sostanze estranee tali da causare un degrado chimico-fisico della qualità di base delle acque. Le fonti inquinanti vengono normalmente suddivise in naturali e antropiche. Le prime sono piuttosto numerose e non di facile individuazione. A causa della mineralizzazione durante il loro cammino nella falda, le acque possono arricchirsi di elementi minerali che però superano

la quantità accettabile per gli organismi viventi. Un altro tipo di inquinamento naturale è quello legato al fenomeno dell'intrusione marina, tema di questo testo. In breve, l'acqua dolce fluisce verso il mare attraverso sorgenti costiere sub-aeree o sub-acquee. Qui intercetta l'acqua salata ed essendo meno densa ( $1 \text{ g/cm}^3$  contro i  $1,025 \text{ g/cm}^3$  dell'acqua del mare) tende a galleggiarci sopra. In condizioni naturali esiste un equilibrio tra flusso d'acqua dolce e flusso di acqua salata: tale equilibrio è dinamico in quanto è influenzato dalle variazioni climatiche e dai movimenti relativi terra-mare. Infatti normalmente la ricarica è in equilibrio con il deflusso il che fa sì che la zona di diffusione si mantenga in una posizione di relativa stabilità, muovendosi leggermente verso l'entroterra o verso il mare a seconda delle condizioni climatiche (precipitazioni, maree, ecc.). Quando però l'acqua è estratta in superficie per mezzo di pozzi, il deflusso in mare è intercettato e l'equilibrio naturale viene meno. La zona di diffusione tende a migrare orizzontalmente verso il continente e, localmente, in senso verticale verso l'alto. Il prelievo indiscriminato delle acque di falda favorisce così il movimento delle acque e dunque il processo di salinizzazione delle acque che può modificare sostanzialmente le caratteristiche chimiche delle stesse dequalificandone non solo la potabilità (secondo il D.Lgs. 152/99, che riprende la direttiva comunitaria EEC 80/778, il limite salino per utilizzo potabile è di  $150 \text{ mg/l}$ ), ma anche i possibili utilizzi irrigui.

## 2. La gestione della risorsa

### 2.1. Utilizzo degli indicatori per una gestione quali-quantitativa delle acque: dal safe yield ai modelli numerici

Abbiamo descritto come le acque sotterranee siano una risorsa chiave per la società e lo sviluppo agricolo e industriale, la cui integrità è messa continuamente a repentaglio da un degrado quali-quantitativo. Per una attenta gestione della risorsa diventa così necessario definire una serie di strumenti che permettano di tutelare il bene acqua e allo stesso modo assicurino il corretto sfruttamento attraverso rapide scelte gestionali. I tentativi di sviluppare indicatori per una migliore gestione delle acque sotterranee non sono nuovi, già dagli anni Sessanta lo IHP, la FAO, l'IAEA e l'UNEP, cercavano di definire delle linee guida per l'utilizzo e lo sviluppo di indicatori.

Il primo indicatore usato fu il *safe yield*, definito come la quantità di acqua che può essere prelevata da una fonte di approvvigionamento annualmente senza esaurirla o generare effetti indesiderati. Ovviamente, come accade per la maggior parte degli indicatori non compiutamente definibili, ha subito variazioni nel tempo.

Nel 1915 Lee (Lee, 1915) definiva il safe yield come «*the quantity of water the can be pompe regularly and permanently without dangerous depletiv of storage reserve*». È Meinzer a modificare tale concetto: «*the rate at which water can be withdrawn from an aquifer for human use without depleting the supply to such an extend the withdrawal at this rate is no longer economically feasible*» (Meinzer, 1923).

Successivamente vari autori hanno modificato la definizione mantenendone però il significato invariato: Theis (1940) «*there is a perennial safe yield equivalent to the amount of rejected recharge [induced recharge] and natural discharge it is feasible to utilize*»; Stuard (1945) «*is the maximum rate at which water may be withdrawn without impairing the quantity and quality of*

*the supply*»; Cokling (1946) «*taken over 1 year should not: (1) Exceed average annual recharge; (2) Lower water table so that the permissible cost of pumping is exceeded; (3) Lower water table so as to permit intrusion of undesirable quality*», ed infine Todd (1959) «*the amount of water which can withdrawn from (a groundwater basin) annually without producing an undesirable result*».

L'ASCE, American Society of Civil Engineers, nel 1961, definiva il safe yield come la potenzialità di sfruttamento nel tempo di un bacino idrogeologico senza intaccarne le sue riserve, ovvero il quantitativo di acqua che può essere emunto senza introdurre nel sistema effetti indesiderati. Anche se ancora largamente utilizzato nella politica gestionale delle acque sotterranee, ad esempio in India, Cina, Turchia, USA e Australia, già dagli anni Ottanta la ricerca scientifica ha iniziato ad abbandonare il concetto di safe yield per sostituirlo con quello di *sustainable yield* (Bredehoeft, 1982, 1997, 2002; Sophocleous, 1997-1998-2000; Alley e Laeke 2004). Infatti il carattere estremamente semplice dell'indice, basato esclusivamente su una visione idrologica, non considerava aspetti economici, sociali, nonché ambientali e in particolare gli effetti a lungo termine su aree di scarico naturali quali fiumi, laghi, sorgenti e gli ecosistemi ad essi connessi. Questo sembrerebbe spesso sottodimensionare o sovradimensionare la risorsa non assicurando quindi un corretto uso della stessa. Nel calcolo  $Recharge = Discharge$ , infatti, non si tiene conto della geometria dell'acquifero, delle sue proprietà, della localizzazione dei pozzi di estrazione e della distanza tra essi e le aree di fuoriuscita naturale, nonché del fenomeno di peggioramento della qualità dell'acqua legato alla formazione del cono di depressione. Ad esempio, a parità di numero di pozzi, se essi sono concentrati in un'area limitata abbassano maggiormente il livello piezometrico delle acque di falda rispetto a una loro distribuzione in maniera più dispersa sul territorio. Non si tiene inoltre conto che il safe yield potrebbe essere aumentato anche artificialmente attraverso opere ingegneristiche di ricarica come iniezioni in pozzi o di captazione delle acque di ruscellamento in canali artificiali.

Il più importante bug del safe yield è però l'ignorare il deflusso naturale (Sophocleous 1997). In condizioni di equilibrio la ricarica è bilanciata dalle uscite come l'evapotraspirazione, fiumi, mare e sorgenti. Conseguentemente, se, come indica l'indice, la condizione affinché ci possa essere prelievo è  $Recharge = Discharge$ , ovvero "prelevo quanto ricarica", questo sistema porta inevitabilmente, dopo aver attinto all'immagazzinamento naturale dell'acquifero, a un impoverimento delle risorse in uscita, e dunque a un prosciugamento di fiumi, sorgenti e zone umide, e dunque alle modifiche dell'ecosistema. Un prelievo

sostenibile, dunque, non avrebbe nulla a che vedere con la ricarica ma sarebbe esclusivamente legato agli incrementi/decrementi del sistema naturale entrata/uscita (Zhou, 2009), pertanto in termini quantitativi dovrebbe essere inferiore alla ricarica naturale.

Zhou, attraverso uno studio sul bilancio idrologico, ha dimostrato come il prelievo sostenibile dipenda esclusivamente dalla variazione del deflusso naturale e dalla ricarica “indotta” dalle modifiche avutesi con la realizzazione dei pozzi, quest’ultima non sempre presente. Tutto questo porta ad un indice che viene considerato tutt’altro che sostenibile, infatti anche qualora il prelievo fosse uguale alla ricarica, e quindi “safe”, si andrebbero a decrementare le uscite che a loro volta influiscono e alimentano gli ecosistemi locali. Così si dovrebbe cercare di sostituire questi indicatori con i più oggettivi sustainable yield che, tra l’altro, tendono a privilegiare un approccio integrato della gestione delle acque. Si sviluppa così un dibattito, ancora oggi in corso, su cosa sia davvero “sostenibile”. Una interessante definizione di sustainable yield è data da Evans e Cook: «*The groundwater abstraction regime, measured over a specified time frame, that allows acceptable levels of stress and protects the higher value uses that have a dependency on the water*» (Evans e Cook, 2002).

Ad ogni modo oggi, con lo sviluppo dei sistemi informatici, appare evidente che qualsiasi metodologia per determinare il sustainable yield richieda la conoscenza dei seguenti dati:

- raccolta dati geologici in quantità adeguata alla corretta comprensione dell’acquifero;
- conoscenza delle proprietà degli acquiferi (parametri idrogeologici);
- informazioni topografiche (infrastrutture, fiumi, ecc.);
- calcolo della ricarica naturale;
- raccolta di informazioni storiche sui prelievi;
- raccolta di informazioni sui pozzi (profondità, localizzazione, portata, ecc.).

La loro elaborazione può così permettere al professionista di definire il modello concettuale dell’acquifero che è alla base di qualunque elaborazione. In questo saggio focalizzeremo l’attenzione su come utilizzare questi dati per elaborazioni e simulazioni numeriche che, oggi, possono utilizzare codici di calcolo dotati di sempre maggiore accuratezza e in grado di soddisfare le esigenze del progettista e per questo consigliati anche dalla Direttiva Quadro sulle Acque della Commissione Europea. Oggi dunque lo studio di un qualunque problema legato a un acquifero – dall’intrusione marina, di cui ci occuperemo più in dettaglio,

al trasporto di un contaminante in falda, dalle interazioni tra due acquiferi alla progettazione di opere di captazione – non può prescindere dall'utilizzo di questi strumenti.



### 3. Il fenomeno dell'intrusione marina e i primi modelli predittivi

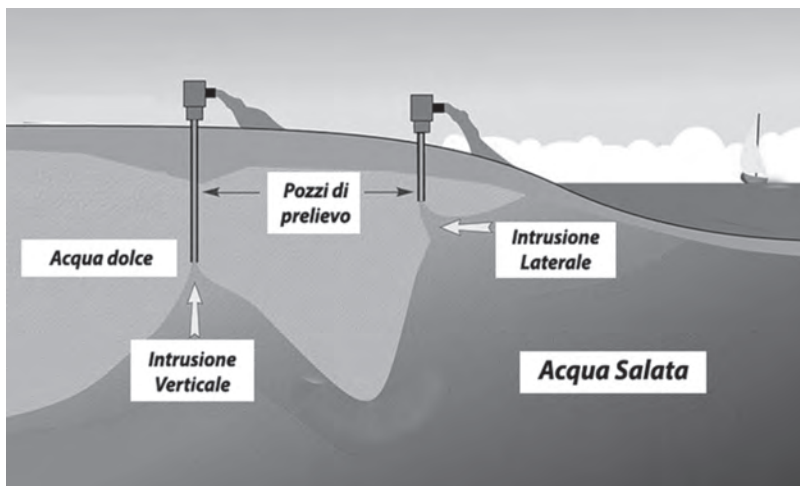
#### 3.1. Il fenomeno dell'intrusione marina

Una delle problematiche che affligge gli acquiferi costieri e di cui va tenuto conto in qualunque modellazione numerica è quella dell'intrusione marina. È noto che il processo di salinizzazione, dovuto sia a cause naturali che antropiche, può modificare sostanzialmente le caratteristiche chimiche delle acque dequalificandone non solo la potabilità (secondo il D.Lgs. 152/99, che riprende la direttiva comunitaria EEC 80/778, il limite salino per utilizzo potabile è 150 mg/l) ma anche i possibili utilizzi irrigui.

Si definisce *intrusione marina* il movimento di acqua dal mare verso l'interno attraverso il sottosuolo. Le acque sotterranee dolci, essendo meno dense dell'acqua del mare ( $1 \text{ g/cm}^3$  contro  $1,025 \text{ g/cm}^3$ ), tendono a "galleggiarci" sopra. Nelle semplificazioni concettuali si ipotizza che l'acqua dolce si disponga sopra l'acqua salata definendo una linea di interfaccia netta. Nella realtà esiste una vera e propria zona di mescolamento o *mixing zone*, la cui ampiezza dipende da fenomeni di dispersione e diffusione molecolare sia verticali che orizzontali, dalle fluttuazioni marine e dagli interventi antropici.

In condizioni naturali, ovvero in assenza di intervento antropico, il fenomeno dell'intrusione marina può essere schematizzato con una semplice ingressione laterale, ovvero la massa di acqua salata si infiltra nell'acquifero lateralmente dal mare verso la costa. In questo caso i fattori che incidono sono esclusivamente legati alle variazioni del livello di costa, alle fluttuazioni del livello del mare, soprattutto in quelle aree dove sono consistenti i fenomeni di maree, e alle caratteristiche naturali dell'acquifero come, ad esempio, l'eterogeneità delle formazioni rocciose ovvero le variazioni delle proprietà idrauliche del mezzo che influiscono sul moto del flusso sia a livello microscopico che macroscopico (Cavache e Pulido-Bosch, 1997; Diersch e Kolditz, 2002). Tra il mare e l'ac-

quifero si genera un equilibrio naturale che può essere modificato, però, dagli interventi antropici: modificazioni della linea di costa, urbanizzazione e cementificazione dei litorali che riducono l'infiltrazione dell'acqua nel sottosuolo e quindi la ricarica naturale, scavo di canali costieri o il loro approfondimento, e più in generale la realizzazione di opere ingegneristiche. Il fattore che più influenza il fenomeno dell'intrusione marina è il prelievo di acqua attraverso i pozzi che genera un richiamo di acqua salata noto come *up-coning* o *coni di intrusione*. In questo caso si parla di intrusione verticale (figura 3.1).



**Figura 3.1. Intrusione marina e attività antropica**

La massa di acqua salata, soggiacente alle acque dolci di falda, è richiamata verso l'alto da una depressione generata dall'estrazione da un pozzo di captazione. Il grado e l'estensione del cono di intrusione dipendono da innumerevoli fattori, tra cui le proprietà idrogeologiche dell'acquifero, il tasso e la durata di prelievo, la posizione iniziale dell'interfaccia, il tasso di ricarica della zona, la geometria e le dimensioni del pozzo e la presenza di altri impianti di prelievo. Primo effetto di tale fenomeno sull'acquifero è la riduzione della disponibilità di acqua dolce. Basta infatti una contaminazione di meno dell'1% di acqua marina per rendere inutilizzabile la risorsa a scopo potabile e spesso anche agricolo. In realtà, oltre all'impatto sulla quantità e qualità delle acque, il fenomeno dell'intrusione marina ha conseguenze anche sull'ambiente, modificando la chimica dei suoli, riducendo la loro fertilità nonché impattando sugli ecosistemi costieri e sulla flora locale. Per poter così progettare una qualunque opera

ingegneristica che possa avere una incidenza sul fenomeno bisogna conoscere la posizione e lo spessore dell'interfaccia acqua dolce-salata.

### 3.2. Primi modelli predittivi: il modello Ghyben-Herzberg-Glover

Al problema così descritto si è cercato di dare risposta sin dall'800 attraverso strumenti quali prove in situ e modelli matematici. Il primo tentativo fu di Du Commun che, nel 1828, scriveva sull'*American Journal of Science and Art* una nota dal titolo *On the cause of fresh water springs, fountains, etc.* Il modello più semplice per valutare l'intrusione marina, e in particolare la posizione dell'interfaccia acqua dolce/salata, che viene ancora oggi utilizzato, venne però messo a punto 60 anni dopo da Ghyben e Herzberg. Potremmo definire tale modello *monodimensional-interface model*, ovvero un modello analitico a un'unica dimensione basato sull'assunzione dell'immiscibilità dei due fluidi separati da una interfaccia netta.

Il modello Ghyben-Hertzberg è basato su una serie di ipotesi semplificative:

- singola formazione geologica porosa, omogenea e isotropa;
- strato impermeabile di fondo orizzontale;
- interfaccia netta tra i due fluidi;
- linee di flusso ortogonali rispetto alla costa;
- acquifero poco sensibile alle variazioni stagionali;
- trascurabile resistenza del flusso nella direzione verticale;
- acquifero non confinato;
- gradiente piezometrico basso per l'acqua dolce;
- acqua dolce in movimento mentre l'acqua salata rimane ferma.

Ghyben e Herzberg definirono il modello attraverso l'osservazione sperimentale di due piezometri, dai quali era possibile ricavare le altezze piezometriche  $h_d$  e  $h_s$ , note le densità  $\rho_d$  e  $\rho_s$  rispettivamente dell'acqua dolce e dell'acqua salata. Considerando un tubo ad U, riempito con acqua dolce e salata, le altezze raggiunte dalle acque saranno differenti perché differente è la densità. Poiché però ogni punto dell'interfaccia deve avere uno stesso valore di carico idrostatico, ovvero la pressione deve essere la stessa, si può scrivere l'equazione dell'equilibrio idrostatico:

$$P = \rho_s g z = \rho_d g (z + h) \quad (3.1)$$

dove

$P$  è la pressione idrostatica

$g$  è l'accelerazione di gravità

$h$  è l'altezza piezometrica rispetto il livello mare

$\rho_s$  è la densità dell'acqua di mare ( $1027 \text{ kg/m}^3$ )

$\rho_d$  è la densità dell'acqua dolce di falda (circa  $1000 \text{ kg/m}^3$ ).

Con tali condizioni la posizione  $z$  dell'interfaccia dal livello mare (figura 3.2) è espressa dalla formula:

$$z = \left[ \frac{\rho_d}{\rho_s - \rho_d} \right] \cdot h \quad (3.2)$$

e vale circa  $40 \cdot h$ .

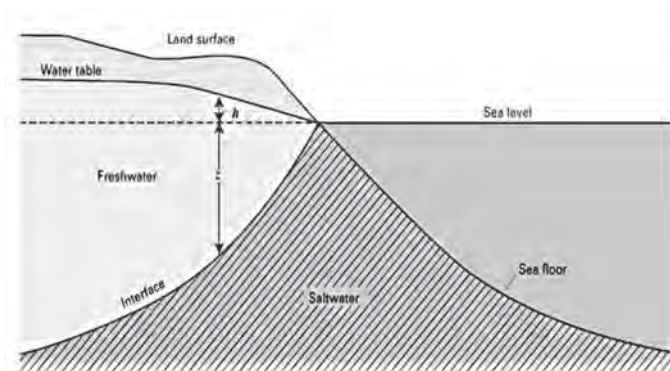


Figura 3.2. Schema semplificato della legge di Ghyben-Herzberg (fonte: Barlow, 2003)

Dalla formulazione di Ghyben-Herzberg si riesce a desumere, anche se approssimativamente, la larghezza del cuneo salino  $L$ :

$$L = \left[ \frac{\rho_s - \rho_d}{q \cdot \rho_d} \right] \cdot k \cdot m^2 \quad (3.3)$$

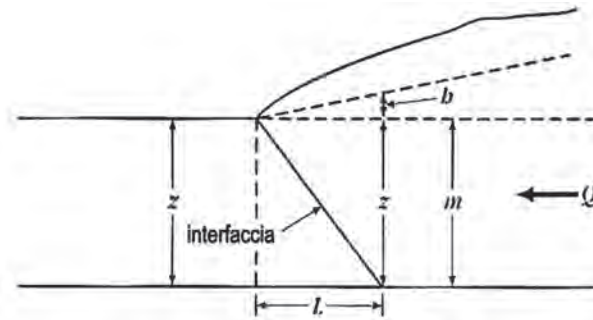
dove

$L$  è la larghezza del cuneo salino

$k$  è la conducibilità idraulica in m/s

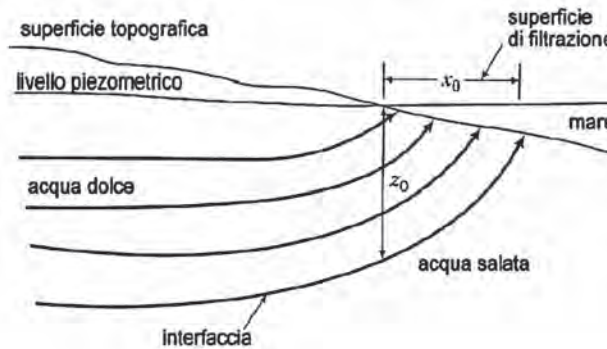
$q$  è la portata per unità di lunghezza ( $\text{m}^2/\text{s}$ )

$m$  è lo spessore dell'acquifero (figura 3.3).



**Figura 3.3. Schema semplificato della legge di Ghyben-Herzberg per il calcolo del cuneo salino**

Le ipotesi alla base di tale formula però sono fortemente semplificate, e in particolare non tengono conto che nella realtà la portata di acqua dolce si sversa in mare non da una sorgente puntiforme ma attraverso una superficie. Il modello proposto da Glover nel 1959, per falda artesianiana confinata superiormente da uno strato impermeabile orizzontale, tiene conto proprio di tale correzione (figura 3.4).



**Figura 3.4. Schema semplificato della legge di Glover**

Si osserva che in corrispondenza della verticale alla linea di costa la portata della falda raggiunge il mare lungo una superficie, e non da un punto. Risolvendo analiticamente la funzione parabolica per  $y = 0$  si ottiene l'espressione:

$$x_0 = \left[ \frac{\rho_d}{\rho_s - \rho_d} \right] \cdot \frac{Q_{\text{costa}}}{2K} \quad (3.4)$$

dove

$Q_{\text{costa}}$  è la portata volumetrica alla costa per unità di lunghezza del litorale

$K$  è la conducibilità idraulica

$\rho_d$  e  $\rho_s$  sono rispettivamente la densità di acqua dolce e acqua di mare

$x_0$  è la larghezza del fronte di infiltrazione di acqua dolce in mare.

### 3.3. La correzione di Hubbert e la soluzione di Fetter

Le formulazioni sin ora esposte si basano sull'ipotesi di immiscibilità dei fluidi. Nella realtà l'acqua dolce e l'acqua salata sono però due liquidi perfettamente miscibili, per cui al posto di una interfaccia netta esiste una zona a salinità variabile detta *zona di transizione*. Inoltre esiste un movimento di acqua dolce verso il mare che non può essere trascurato. Si realizza quindi, almeno nelle zone più prossime alla costa, un cosiddetto *flusso ciclico* di acqua salata che entra nel continente e viene riportato a mare dal deflusso costiero. È Hubbert (1940) a definire una correzione alla formula di Ghyben-Herzberg. Hubbert introduce nella (3.2) il concetto della non verticalità delle linee equipotenziali e del movimento ciclico succitato. La posizione dell'interfaccia dipende così da un carico idraulico maggiore di quello che si può misurare sulla sua verticale. Infatti nelle vicinanze della zona di deflusso, la minore sezione del corpo dolce comporta una inflessione delle linee di flusso e quindi una curvatura delle equipotenziali. In breve, Hubbert, basandosi su una osservazione sperimentale di due piezometri, uno aperto nella zona occupata dall'acqua dolce appena sopra l'interfaccia e un secondo nella zona occupata dall'acqua salata appena al di sotto dell'interfaccia, osservò il carico di acqua dolce ( $t_d$  = carico secondo la correzione di Hubbert) e un secondo carico di acqua salata ( $t_s$ ), entrambi realmente agenti sul punto dell'interfaccia in esame.

Considerando tali reali misurazioni si ottiene la posizione  $z$  dell'interfaccia, rispetto il livello mare:

$$z = \left[ \frac{\rho_d}{\rho_s - \rho_d} \right] \cdot t_d - \left[ \frac{\rho_d}{\rho_s - \rho_d} \right] \cdot t_s \quad (3.5)$$

Il primo termine è quello di Ghyben-Herzberg, il secondo è appunto la correzione di Hubbert. Dato che  $t_s$  è generalmente negativo la formula di Hubbert fornisce, in genere, una profondità dell'interfaccia maggiore di quella data dal-

la legge di Ghyben-Herzberg. Nel caso di isole o penisole, però, si è osservato che tale espressione matematica non funziona ottimamente. Fetter (1972) determinò l'equazione che descrive la forma dell'interfaccia acqua dolce-salata nel caso di un'isola (figura 3.5).

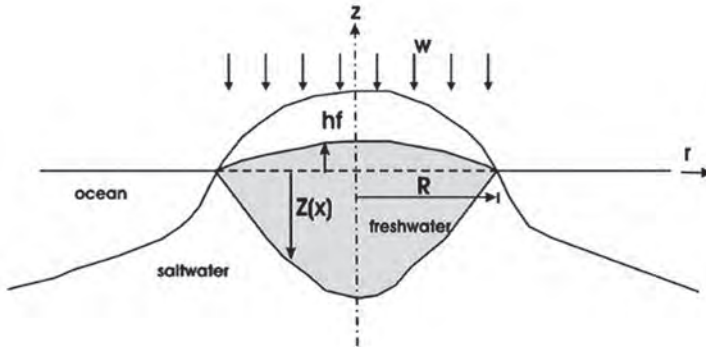


Figura 3.5. Schema della soluzione di Fetter (fonte: Barlow, 2003)

L'equazione che descrive la profondità dell'interfaccia può essere risolta sia che l'isola abbia una forma regolare sia che sia considerata una "striscia" infinita. Considerando un'isola circolare con una larghezza uguale a  $2R$  e una costante ricarica superficiale  $w$ , l'altezza del livello freatico ad ogni distanza radiale  $r$  dal centro dell'isola può essere espressa come:

$$h_f^2 = \frac{w(R^2 - r^2)}{2K(1 + G)} \quad (3.6)$$

## 4. Modelli numerici idrogeologici per la simulazione del flusso/trasporto

### 4.1. Modelli analitici e modelli numerici

I modelli utilizzati per gli acquiferi costieri sin ora descritti sono definiti *analitici*, ovvero caratterizzati da ipotesi semplificative tali da permettere una risoluzione matematica agevole. Negli ultimi decenni, con lo sviluppo dei computer, sono stati presentati diversi modelli costituiti da una o più equazioni differenziali che descrivono il moto di un fluido attraverso un corpo acquifero. Tali relazioni, spesso molto complesse e non risolubili per via analitica, permettono di descrivere fenomeni naturali e/o artificiali riducendo notevolmente le assunzioni semplificative. Dal 1960, ovvero da quando i computer si sono diffusi, i modelli matematici sono stati soppiantati da quelli numerici.

Un modello numerico è una rappresentazione semplificata della realtà consistente in un set di equazioni differenziali che descrivono i diversi meccanismi di scambio di massa, momento ed energia in una forma che garantisca il rispetto dei principi classici di conservazione (Troisi, 1989). Un modello contiene quindi, in principio, tutte le informazioni relative al comportamento fisico del sistema in studio ed è potenzialmente in grado di fornirne una descrizione nella forma più desiderabile (Troisi, 1989). Per quanto riguarda le possibili “semplificazioni”, esse si traducono normalmente in una riduzione delle dimensioni spaziali del problema (modelli 1D, 2D, 3D), oppure nello studio di soluzioni in regime stazionario, o ancora nella semplificazione delle condizioni al contorno. I primi modelli numerici, seppur più affidabili di quelli analitici, erano basati sull’ipotesi di una interfaccia netta; esempi possono essere quelli predisposti da Volker e Rushton (Volker e Rushton, 1982), Mercer et al. (1980) o Polo e Ramis (Polo e Ramis, 1983). Con il miglioramento delle performance di calcolo dei computer, è stato possibile superare le limitazioni riscontrate nella modellazione analitica e risolvere le equazioni di governo nella loro forma generale,



ovvero considerando una zona di transizione o di mescolamento delle acque, anche in regime di moto transitorio e con condizioni al contorno complesse.

Oggi i modelli numerici possono essere classificati in molteplici modi. Possono essere suddivisi in funzione delle dimensioni, ovvero in modelli bidimensionali, quasi tridimensionali, nei quali non è esplicitato il confine tra i differenti layer in profondità, e in tridimensionali “full”. La scelta del tipo di approccio viene fatta generalmente in base alle conoscenze idrogeologiche disponibili e alla loro scala. Di fatto, anche nella letteratura internazionale, l'applicazione di modelli a piccola scala, che vanno a modellare le singole fratture e il flusso lungo le stesse si limitano in genere a casi semplificati e comunque di modeste dimensioni (McCaffey e Adinolfi, 2003), oppure riferibili a studi particolarmente specifici e dettagliati, dove però si analizzano le condizioni della circolazione idrica in funzione delle singole discontinuità mentre vengono trascurati gli effetti prodotti dall'insieme delle fratture (Oxtobee e Novakowski, 2003). Tali approcci non sono adatti per simulare processi a grande scala. Per tali esigenze diviene molto diffuso il ricorso a un approccio definito *partially physical-partially conceptual approach*, più noto come ipotesi del *equivalent porous media*, ovvero di un mezzo poroso equivalente che ha le stesse proprietà idrogeologiche del sistema fratturato nel suo complesso. Andreson e Woessner (Andreson e Woessner, 1992) suggeriscono l'utilizzo di tale approccio anche nel caso di modellazione di sistemi fratturati. L'ipotesi del poroso medio è infatti considerata in letteratura il metodo di modellazione più flessibile per la rappresentazione del flusso e del trasporto su aree vaste (Schwarz e Smith, 1988; Smith e Schwarz, 1984) o comunque su scala regionale, come del resto testimoniato da numerosi suoi utilizzi anche in aree caratterizzate da carsismo (Smith e Schwarz, 1984; Schwarz e Smith, 1988; Andreson e Woessner, 1992; Dufrense e Drake, 1999; Abbo et al., 2003; Scanlon et al., 2003).

Dal punto di vista del fattore “tempo” i modelli possono essere suddivisi in stazionari e in transitorio. I modelli stazionari sono rappresentativi di condizioni che non mutano nel tempo. I modelli in transitorio invece rappresentano l'evoluzione del sistema nel tempo. Infine, in funzione del loro utilizzo i modelli possono essere suddivisi in:

- *generici*, usati per analizzare il flusso in un ipotetico sistema idrogeologico e per la produzione di linee guida per una specifica regione;
- *interpretativi*, usati come strumenti per studiare le dinamiche di uno specifico sistema;

- *predittivi*, usati a scopi previsionali per valutare gli effetti di un'azione o di un evento sul sistema idrogeologico e in particolare previsioni delle variazioni del sistema al variare delle condizioni di bilancio naturali (precipitazioni, drenaggi-alimentazione fiumi) e antropiche (prelievi, irrigazioni) e/o previsioni dell'effetto di interventi nell'ambito del risanamento ambientale.

#### 4.2. Modelli numerici FDM e FEM

In generale, la più importante macro suddivisione dei codici di calcolo è quella che li classifica in modelli alle differenze finite (FDM) e modelli agli elementi finiti (FEM). In matematica, il metodo delle differenze finite è utilizzato per risolvere equazioni complesse ovvero per approssimare una espressione differenziale in una algebrica. Praticamente si sostituisce la derivata con il suo rapporto incrementale. Con il FDM si possono trattare problemi anche molto complessi, come appunto quelli idrogeologici, ma se subentrano geometrie irregolari o particolari condizioni al contorno tale metodo diventa di più difficile applicazione. Attorno agli anni Sessanta, proprio per cercare di trovare una soluzione a tali problematiche, viene sviluppato il metodo agli elementi finiti, indicato con l'acronimo FEM, Finite Element Method. La differenza principale tra i due metodi riguarda la discretizzazione spaziale. Riferendoci a problematiche idrogeologiche, i modelli alle differenze finite discretizzano lo spazio del dominio modellato come se fosse una griglia di celle rettangolari di dimensione variabile o costante. Il centro della cella è detto *nodo*. Il carico idraulico è espresso dalla differenza tra due nodi contigui. Ovviamente questa sostituzione diviene sempre più efficace al crescere del numero dei punti di intersezione della griglia, dove appunto il valore della funzione non è noto. Nel caso degli elementi finiti, invece, il dominio è discretizzato attraverso una griglia a geometria variabile ma a base triangolare. La soluzione dell'incognita è una combinazione lineare di funzioni di base o di forma. Per quanto sinora detto, appare chiaro perché i modelli FEM vengano anche definiti a maglie non strutturate, mentre i FDM, invece, si basano su un sistema-griglia strutturato.

L'utilizzo dell'uno o dell'altro metodo dipende dalle scelte del progettista e dal problema da risolvere.

Entrambi i sistemi hanno una serie di vantaggi e svantaggi. Se infatti i FEM sono più versatili perché permettono una migliore discretizzazione dell'area di studio e dunque ricostruzioni più realistiche, dall'altra hanno maggiori proble-

mi di convergenza delle soluzioni e incertezze sul calcolo del bilancio di massa locale. Di contro i FEM contrappongono alla problematica di una discretizzazione meno raffinata un calcolo molto più rapido, una maggiore accuratezza del risultato locale e, non da meno, una maggiore presenza di software disponibili sul mercato, anche open source.

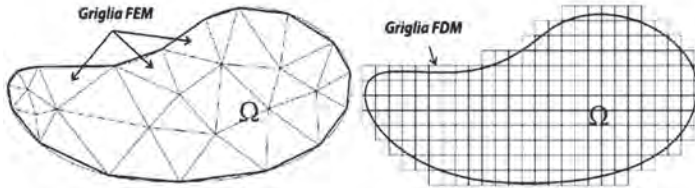


Figura 4.1. Confronto della discretizzazione in celle quadrate (FDM) e celle triangolari (FEM) (fonte: Moreno e Spitz, 1996)

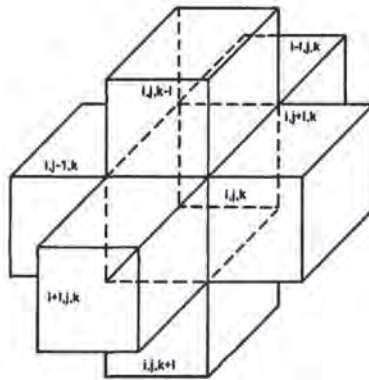


Figura 4.2. Sistema strutturato ai FDM (fonte: Moreno e Spitz, 1996)

In conclusione l'utilizzo di un modello FEM o FDM dipende dal problema da risolvere, dalla quantità dei dati disponibili, dall'estensione dell'area da modellare, e dunque più in generale dalle scelte del modellista. Da un punto di vista strettamente pratico, i più noti codici di modellazione sono *Modflow*, basato su un approccio FDM, e *Feflow* che utilizza i FEM.

Le ultime frontiere della ricerca in merito all'utilizzo di griglie strutturate-non strutturate si sono spinte ad integrare i due approcci. Per applicare i vantaggi dei FEM ai più efficaci FDM si sta cercando di utilizzare anche per questi ultimi griglie non strutturate. Questa possibilità è basata sull'applicazione di celle di Voronoi per il cui approfondimento, però, rimandiamo a specifici testi.

## 5. Il moto dell'acqua sotterranea

### 5.1. Equazione del moto del flusso

Tutti i modelli numerici idrogeologici, da quelli più semplici ai più complessi, si basano sulla risoluzione del sistema delle equazioni del moto del flusso e del trasporto. Essi rappresentano sotto forma matematica le caratteristiche fisiche di un sistema. Il principio di conservazione della massa afferma che, in una condizione stazionaria, la differenza tra la massa uscente e quella entrante in un sistema deve essere uguale alla quantità di massa immagazzinata. Purtroppo in un modello complesso è impossibile applicare le equazioni di conservazione della massa per i sistemi continui, andrebbero, infatti, specificate le condizioni al contorno e di raccordo per ogni superficie di separazione liquido-solido a livello microscopico. Inoltre i risultati a tale scala non avrebbero nessun risvolto pratico.

Nella pratica modellistica, si utilizza il concetto di *continuo equivalente*, ovvero la sostituzione del sistema discontinuo con uno continuo che ne rappresenti il comportamento. Viene così introdotto il concetto di *volume elementare rappresentativo* (REV, *Representative Elementary Volume*). Senza entrare nel dettaglio, il REV può essere considerato come il volume al quale, sommando o sottraendo una parte dello stesso, la proprietà esaminata non cambia. Facciamo un esempio: per stabilire le proprietà di un determinato mezzo poroso, ad esempio la sua conducibilità idraulica, dovremmo effettuare un certo numero di misure su un dato campione. Se il campione è troppo piccolo, le letture tendono a oscillare. Aumentando la dimensione del campione, le oscillazioni iniziano a smorzarsi. Alla fine la dimensione del campione diventerà abbastanza grande da iniziare a ottenere letture coerenti. Questa dimensione del campione è indicata come il volume elementare rappresentativo. Se continuiamo ad aumentare la nostra dimensione del campione, la misurazione rimarrà stabile finché la dimensione non diventerà troppo grande da iniziare a includere altri strati

idrostratigrafici. Questa dimensione massima è spesso indicata come il volume elementare massimo (MEV). Esiste dunque un range di valori accettabili per il REV che dipende ovviamente dalla proprietà investigata.

Si consideri ora come nostro REV un volumetto elementare di forma cubica di volume pari a  $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$ , attraversato da un flusso  $q$  nella direzione assiale  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e ortogonale alle sue facce (figura 5.1). Si può affermare che la portata è un vettore pari alla somma delle sue componenti lungo gli assi  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

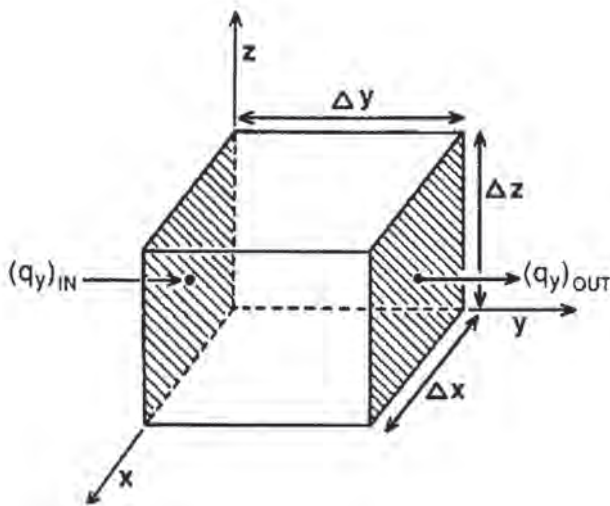


Figura 5.1. Flusso nel volume di riferimento (fonte: Troisi, 1989)

Considerando esclusivamente il flusso lungo l'asse  $y$  (figura 5.1), la differenza tra il flusso entrante e quello uscente dalle facce di area  $\Delta x \cdot \Delta z$  è pari a:

$$[q_{y,out} - q_{y,in}] \Delta x \Delta z$$

che può anche esser scritto, dividendo e moltiplicando tutto per  $\Delta y$ , come:

$$[q_{y,out} - q_{y,in}] \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta y}$$

ovvero

$$\frac{\partial q_y}{\partial y} (\Delta x \Delta y \Delta z)$$

Tale espressione riscritta per ogni direzione diviene:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} (\Delta x \Delta y \Delta z)$$

Questa quantità deve essere uguale all'immagazzinamento, indicato con  $S_s$ , ovvero alla variazione di volume di acqua rilasciata/acquisita per un abbassamento/innalzamento unitario del carico ( $h$ ) per unità di volume dell'acquifero:

$$S_s = - \frac{\Delta V}{\Delta x \Delta y \Delta z \Delta h}$$

Si ottiene così l'uguaglianza:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = - S_s \frac{\partial h}{\partial t}$$

A questo punto possiamo richiamare la legge di Darcy:

$$q = K \times i = - K \times grad(h)$$

dove  $K$  è la conducibilità idraulica (m/s),  $i$  è il gradiente idraulico, mentre  $h$  è la quota piezometrica, uguale a  $z + \frac{p}{\rho g}$  nel caso di liquidi incomprimibili.

Considerando questa relazione per tutte e tre le direzioni del moto, si può scrivere la più generale espressione:

$$\begin{cases} q_x = K_{xx}J_x + K_{xy}J_y + K_{xz}J_z \\ q_y = K_{xy}J_x + K_{yy}J_y + K_{yz}J_z \\ q_z = K_{xz}J_x + K_{zy}J_y + K_{zz}J_z \end{cases}$$

Da questo sistema si deduce facilmente come la conducibilità idraulica sia un tensore del secondo ordine. Si dimostra, per relazioni di simmetria, come di queste nove componenti solo sei sono effettivamente indipendenti in quanto:

$$\begin{cases} K_{xy} = K_{yx} \\ K_{xz} = K_{zx} \\ K_{yz} = K_{zy} \end{cases}$$

Inoltre si può dimostrare che esiste sempre un sistema di riferimento, definito *sistema principale di anisotropia*, per il quale:

$$K = \begin{pmatrix} K_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & K_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & K_{zz} \end{pmatrix}$$

Per quanto sino qui detto, il vettore portata, espresso dalla legge di Darcy, può essere così scritto in funzione della perdita di carico e della conducibilità idraulica:

$$q_x = -K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} ; q_{xy} = -K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} ; q_{xz} = -K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z}$$

Da cui l'equazione del moto sotterraneo in transitorio per un fluido:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_{xx} \frac{\delta h}{\delta x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_{yy} \frac{\delta h}{\delta y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_{zz} \frac{\delta h}{\delta z} \right) + W = S_s \frac{\delta h}{\delta t}$$

Da questa equazione generale si possono ottenere delle espressioni semplificate. Molti procedimenti utilizzati per la risoluzione di problemi di idrogeologia assumono, ad esempio, un mezzo di filtrazione omogeneo e isotropo. Queste ipotesi sono spesso necessarie per poter semplificare le formule di calcolo ma non rispecchiano sempre in modo fedele le reali condizioni del terreno.

Ipotizzando un mezzo omogeneo ed isotropo  $K_{xx} = K_{yy} = K_{zz}$ , l'equazione diviene:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{S_s \delta h}{K \delta t}$$

Nel caso invece in cui il moto è stazionario, ovvero l'immagazzinamento è nullo, l'equazione diventa:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_{xx} \frac{\delta h}{\delta x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_{yy} \frac{\delta h}{\delta y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_{zz} \frac{\delta h}{\delta z} \right) = 0$$

Nel caso di mezzo omogeneo e isotropo si semplifica ulteriormente:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

Le derivate temporali presenti nell'equazione indicano come questa sia in grado di descrivere come evolve nel tempo la distribuzione spaziale della variabile partendo da una sorta di "tempo zero" che sarebbe quello delle condizioni iniziali implementate nel modello.

### 5.1.1. Conducibilità idraulica e immagazzinamento specifico

Nell'equazione del moto sopra descritta troviamo due parametri fondamentali,  $K$  e  $S$ . Ogni codice di calcolo, dovendo risolvere l'equazione sopra indicata, ha, tra i suoi input, questi dati, per questo è utile soffermarsi su gli stessi. La conducibilità idraulica ( $K$ ) e l'immagazzinamento ( $S$ ) sono caratteristiche pro-

prie dei sistemi acquiferi non misurabili direttamente. La conducibilità indica l'attitudine di un suolo a farsi attraversare da un fluido. Ha le dimensioni di una velocità (m/s) e spesso viene indicata con il termine di *permeabilità*, anche se i due concetti sono profondamente differenti. Quest'ultima, infatti, è dipendente unicamente dalle caratteristiche del mezzo, ovvero dalla dimensione e dalla disposizione dei pori del terreno. La conducibilità idraulica, invece, è legata anche al fluido che si muove nel mezzo, e in particolare alla sua viscosità e densità. È algebricamente espressa dalla relazione:

$$K = \frac{\rho g k}{\mu}$$

dove  $\mu$  e  $\rho$  sono appunto la viscosità e la densità del fluido,  $g$  è l'accelerazione di gravità mentre il termine  $K$  è una proprietà intrinseca della permeabilità. Fra i parametri idrogeologici è sicuramente quello con la maggiore variabilità con un intervallo tra  $1 \cdot 10^{-8}$  m/s e  $1 \cdot 10^{-2}$  m/s. Una indicazione dei valori presenti in letteratura è riportata in tabella 5.1.

**Tabella 5.1. Valori di conducibilità idraulica**

Materiali	Conducibilità idraulica (m/s)
Ghiaia	$3 \cdot 10^{-4} - 3 \cdot 10^{-2}$
Sabbia media	$9 \cdot 10^{-7} - 5 \cdot 10^{-4}$
Sabbia fine	$2 \cdot 10^{-7} - 2 \cdot 10^{-4}$
Limi	$1 \cdot 10^{-9} - 2 \cdot 10^{-5}$
Argilla	$1 \cdot 10^{-11} - 4.7 \cdot 10^{-9}$
Depositi marini	$8 \cdot 10^{-13} - 2 \cdot 10^{-9}$
Calcere carsificato	$1 \cdot 10^{-6} - 2 \cdot 10^{-2}$
Calcere	$1 \cdot 10^{-9} - 6 \cdot 10^{-6}$
Arenaria	$3 \cdot 10^{-10} - 6 \cdot 10^{-6}$

Altro parametro che rientra nell'equazione del moto è l'immagazzinamento. Si tratta della variazione di un volume d'acqua in un prisma unitario per una variazione unitaria del carico, per unità di superficie. È una quantità adimensionale che può oscillare tra 0 e il valore della porosità effettiva. Si compone di due termini che sono richiesti come dati di input da qualunque codice di calcolo:

$$S = S_s b + S_y$$

$S_s$ , o *specific storage*, rappresenta il volume di acqua rilasciata o presa in imma-





**Acquistalo**