

Marco Simonotti

METODI DI STIMA IMMOBILIARE

Indice:

Introduzione	pag.	11
Capitolo 1 – Elementi di economia		
1.1	Introduzione.....	» 13
1.2	Teoria del consumatore	» 13
	1.2.1. Approccio cardinale	» 13
	1.2.2 Approccio ordinale	» 16
1.3	Funzione complessa di domanda.....	» 20
1.4	Elasticità della domanda rispetto al prezzo	»
1.5	Elasticità incrociata della domanda	» 24
1.6	Elasticità della domanda rispetto al reddito.....	» 24
1.7	Teoria della produzione	» 25
	1.7.1 Generalità.....	» 25
	1.7.2 Funzione di produzione	» 26
1.8	Funzione del costo	» 30
	1.8.1 Introduzione	» 30
	1.8.2 Costo di produzione	» 32
	1.8.3 Quadro economico e contabile	» 37
	1.8.4 Costo di urbanizzazione e costo di insediamento	» 41
1.9	Mercato di concorrenza perfetta	» 43
1.10	Funzione di offerta	» 44
1.11	Prezzo di equilibrio	» 46
1.12	Monopolio	» 47
1.13	Concorrenza monopolistica	» 52
1.14	Oligopolio	» 54
	1.14.1 Oligopolio non collusivo	» 54
	1.14.2 Oligopolio collusivo	» 56
1.15	Monopolio bilaterale.....	» 57
1.16	Preparazione dell’offerta	» 59
	1.16.1 Settore industriale	» 59
	1.16.2 Settori edilizio e immobiliare	» 61
1.17	Cenni alle teorie economiche del valore	» 64
	1.17.1 Premessa	» 64
	1.17.2 Mercantilismo	» 64
	1.17.3 Fisiocrazia	» 65
	1.17.4 Scuola classica	» 65
	1.17.5 Scuola marginalista.....	» 67
	1.17.6 Teoria dell’equilibrio generale.....	» 68
1.18	Cenni alle teorie della rendita.....	» 70
	1.18.1 Teoria economica della rendita	» 70
	1.18.2 Rendite urbana e edilizia	» 73
	1.18.3 Misure indicative della rendita	» 74
	1.18.4 Teorie urbanistiche della rendita	» 76
Capitolo II – Metodologia estimativa moderna		
2.1	Introduzione.....	» 79
2.2	Stime immobiliari in Italia	» 79
2.3	Origini della tradizione italiana.....	» 80

2.4	Procedimenti <i>market oriented</i>	»	82
2.5	Procedimenti di capitalizzazione del reddito	»	84

Capitolo III – Processo edilizio e processo immobiliare

3.1	Processo edilizio	»	85
3.2	Processo di sviluppo immobiliare	»	88
3.3	Flussi di cassa notevoli	»	92

Capitolo IV – Metodologia estimativa

4.1	Introduzione.....	»	95
4.2	Postulati estimativi	»	96
4.3	Postulato del prezzo	»	96
4.4	Postulato della previsione	»	96
4.5	Postulato dello scopo	»	97
4.6	Postulato dell'ordinarietà	»	100
4.6.1	Introduzione.....	»	100
4.6.2	Criterio statistico.....	»	101
4.6.3	Stima a intervallo	»	105
4.6.4	Criterio economico e <i>HBU</i>	»	110
4.6.5	Criterio giuridico.....	»	114
4.7	Postulato di comparazione	»	115

Capitolo V – Criteri di stima

5.1	Generalità.....	»	117
5.2	Valore di mercato	»	117
5.3	Costo di produzione	»	118
5.4	Costo di ricostruzione	»	122
5.5	Valore di trasformazione	»	124
5.5.1	Introduzione.....	»	124
5.5.2	Criterio di stima	»	125
5.5.3	Criterio di scelta	»	127
5.6	Valore complementare	»	128
5.7	Valore di sostituzione.....	»	130
5.8	Valore mancato	»	131
5.9	Valori diversi dal valore di mercato.....	»	132

Capitolo VI – Mercato immobiliare

6.1	Beni immobili	»	137
6.2	Mercato immobiliare	»	138
6.3	Forme di mercato	»	140
6.4	Processo di segmentazione	»	142
6.5	Delimitazione dei segmenti di mercato	»	144

Capitolo VII – Osservazione del mercato immobiliare

7.1	Introduzione.....	»	147
7.2	Qualità dell'informazione.....	»	148
7.3	Misurazioni immobiliari.....	»	153
7.4	Caratteristiche immobiliari.....	»	155
7.5	Scale di misura	»	157
7.6	Nomenclatori delle caratteristiche qualitative	»	158

7.7	Scheda del segmento di mercato.....	»	161
7.8	Scheda del dato immobiliare	»	164
7.9	Sistema di rilevazione dei dati	»	167
7.10	Rilevazione dei dati nel mass appraisal	»	170

Capitolo VIII – Procedimenti di stima

8.1	Procedimenti di stima immobiliare	»	173
8.2	I procedimenti di stima in Italia	»	174

Capitolo IX – Procedimenti di stima *market oriented*

9.1	Stima monoparametrica	»	177
9.2	Stima per valori tipici	»	179
9.3	Stima convenzionale.....	»	183
9.4	Market comparison approach.....	»	184
9.4.1	Introduzione.....	»	184
9.4.2	Procedimento di stima	»	184
9.4.3	Rapporti estimativi	»	186
9.4.4	Analisi dei prezzi marginali.....	»	190
9.4.5	Tabelle del MCA.....	»	212
9.4.6	Sintesi estimativa	»	214
9.4.7	Esemplificazione del MCA	»	217

Capitolo X – Paired data analysis e sistema di stima

10.1	Paired data analysis	»	223
10.2	Sistema di stima	»	224
10.3	Stima autonoma del prezzo marginale	»	228

Capitolo XI – MCA e sistema di stima

11.1	Procedimento di stima	»	231
11.2	Esemplificazione della stima delle caratteristiche inaestimabilis	»	232
11.3	Esemplificazione della stima con area condominiale	»	236
11.4	Esemplificazione della stima di una villetta	»	240
11.5	Esemplificazione della stima del fitto immobiliare	»	246

Capitolo XII – Stima dei valori condominiali

12.1	Introduzione.....	»	251
12.2	Stima delle quote condominiali.....	»	251
12.3	Procedimento di stima razionale.....	»	252
12.4	Esemplificazione della stima delle quote.....	»	253

Capitolo XIII – Sistema di ripartizione

13.1	Procedimento di stima	»	261
13.2	Esemplificazione del sistema di ripartizione (affitto).....	»	264
13.3	Esemplificazione del sistema di ripartizione (compravendita)	»	265

Capitolo XIV – Analisi di regressione

14.1	Premessa	»	269
14.2	Modello di regressione semplice.....	»	270
14.3	Verifica del modello	»	274
14.4	Previsione nel modello lineare	»	279

14.5	Modello di regressione lineare multipla.....	»	281
14.6	Indici statistico-estimativi	»	283
14.7	Esemplificazione dell'MRA.....	»	285
14.8	Misura statistica dei rapporti mercantili.....	»	290
14.9	Collinearità	»	291
14.10	Modelli di regressione non lineari (ma linearizzabili)	»	294
14.11	Esemplificazione dell'MRA non lineare	»	296
14.12	Procedimento estimativo di MRA.....	»	299

Capitolo XV – Procedimenti di stima dei costi (Cost approach)

15.1	Introduzione.....	»	305
15.2	Valore del terreno edificato	»	306
15.3	Deprezzamento dei fabbricati	»	307
15.4	Regola contabile di valutazione	»	313
15.5	Deprezzamento degli impianti.....	»	316
15.6	Sistema dei costi.....	»	317
15.7	Stima empirica del costo	»	319
15.8	Stima del costo corretto	»	320
15.9	Esemplificazione della stima del costo corretto	»	324
15.10	Stima dettagliata del costo.....	»	327
	15.10.1 Generalità e definizioni	»	327
	15.10.2 Computo metrico-estimativo	»	328
	15.10.3 Considerazioni sul computo metrico-estimativo	»	331
15.11	Metodi rapidi.....	»	332
15.12	Stima statistica del costo	»	334
15.13	Costo standard.....	»	336

Capitolo XVI – Matematica finanziaria

16.1	Operazioni finanziarie	»	339
16.2	Confronto delle prestazioni	»	339
16.3	Regimi dell'interesse	»	341
16.4	Fattore di montante.....	»	342
16.5	Saggi equivalenti.....	»	345
16.6	Fattore di sconto.....	»	346
16.7	Esemplificazione dell'interesse	»	348
16.8	Valutazione delle rendite	»	349
16.9	Montante di rendite annue.....	»	350
16.10	Valore attuale di rendite annue	»	352
16.11	Quota di reintegrazione	»	354
16.12	Quota di ammortamento.....	»	354
16.13	Esemplificazione delle rendite.....	»	357
16.14	Montante di rendite poliennali	»	357
16.15	Valore attuale di rendite poliennali.....	»	358
16.16	Esemplificazione della rendita periodica	»	359
16.17	Valore attuale di rendite variabili con leggi progressive	»	362

Capitolo XVII – La scelta degli investimenti

17.1	Investimenti	»	365
17.2	Criteri finanziari di scelta	»	367
17.3	Valore attuale netto.....	»	367

17.4	Esemplificazione del valore attuale netto	»	370
17.5	Saggio di rendimento interno	»	372
17.6	Esemplificazione del saggio di rendimento interno	»	374
17.7	Saggio di rendimento interno modificato.....	»	375
17.8	Criterio del tempo di ritorno	»	376

Capitolo XVIII – Procedimenti di stima per capitalizzazione del reddito (Income approach)

18.1	Introduzione.....	»	379
18.2	Income approach.....	»	379
18.3	Direct capitalization	»	381
18.4	Yield capitalization	»	382
18.5	Discounted cash flow analysis	»	383
18.6	Esemplificazione della DCFA	»	385
18.7	Saggio di capitalizzazione critico	»	387
18.8	Ricerca del saggio di capitalizzazione	»	389
18.8.1	Introduzione.....	»	389
18.8.2	Ricerca nella direct capitalization	»	389
18.8.3	Ricerca nella yield capitalization	»	392
18.8.4	Ricerca nella discounted cash flow analysis	»	395
18.9	Metodi additivi	»	397
18.10	Band of investment.....	»	400
18.11	Reddito e saggio di capitalizzazione	»	401
18.12	Bilancio estimativo	»	404
18.13	Ricavi e costi nel bilancio estimativo	»	405
18.14	Residual techniques	»	408

Capitolo XIX – Applicazioni estimative

19.1	Studio di un tipico investimento immobiliare	»	413
19.2	Studio dell’HBU	»	416
19.3	Stima di un immobile destinato allo sviluppo.....	»	418
19.4	Criterio del minimo costo medio	»	421
	Riferimenti bibliografici.....	»	425

Introduzione

Il libro riguarda la metodologia di valutazione degli immobili secondo gli standard estimativi e gli standard contabili internazionali. La metodologia di valutazione è orientata ai tradizionali studi estimativi italiani e alle moderne e più recenti acquisizioni scientifiche. Il libro riporta inoltre i principi e le nozioni di economia essenziali ai fini della valutazione.

Quali differenze di contenuto presenta questo libro rispetto ai libri e ai manuali estimativi correnti?

Lo studio del mercato immobiliare. Il settore immobiliare mostra proprie peculiarità relative principalmente alla complessità e atipicità degli immobili e alla segmentazione del loro mercato. La stima degli immobili si svolge nell'ambito del segmento di mercato, nel quale gli immobili sono locazionalmente, funzionalmente e tipologicamente simili.

L'highest and best use. Per un immobile si profilano un uso attuale e eventualmente uno o più usi potenziali. Nell'uso attuale l'immobile presenta un valore corrente e negli usi potenziali tanti valori di trasformazione quanti sono questi usi. Il più conveniente e il miglior uso di un immobile è l'uso che presenta il maggiore valore corrente o di trasformazione dell'immobile. Ciò confligge con il principio di ordinarietà secondo il quale la stima riguarda l'uso più ricorrente, piuttosto che l'uso più redditizio.

La definizione dei valori di stima secondo gli standard internazionali applicati al nostro contesto. In campo estimativo, il concetto di valore di mercato ha un prevalente significato pragmatico, per questo motivo è necessario preliminarmente definire il valore di stima da ricercare, sia esso: il valore di mercato, il valore di uso, il valore cauzionale, il valore di investimento, il valore assicurabile o un altro valore ancora. Alcuni valori di stima sono espressamente previsti dagli *International Accounting Standards/International Financial Reporting Standards*, che definiscono le regole contabili per il *fair value* degli immobili e degli investimenti immobiliari.

I procedimenti di stima secondo gli standard internazionali. Questi standard indicano tre principali procedimenti di stima: il metodo del confronto di mercato (*market comparison approach*) basato sulla comparazione dell'immobile da valutare con gli immobili simili di prezzo noto; il metodo del costo (*cost approach*) basato sul valore dell'area e sul costo di ricostruzione deprezzato del fabbricato; e il metodo finanziario (*income capitalization approach*) basato sulla capitalizzazione del reddito. L'applicazione dei procedimenti di stima indicati negli standard internazionali è largamente disattesa nel nostro paese, dove alcuni procedimenti di stima in uso non superano l'esame degli standard internazionali, oltre a essere intrinsecamente deboli sul piano scientifico e spesso inaccettabili sul piano professionale.

I nomenclatori e il sistema di stima. Le caratteristiche qualitative di un immobile, come a esempio lo stato di manutenzione, la panoramicità, la presenza di pregi architettonici, l'inquinamento, sono di difficile misura e di quasi impossibile stima, mentre è crescente la loro influenza sui valori immobiliari. I nomenclatori hanno il compito di descrivere e catalogare le caratteristiche immobiliari qualitative, al fine di stimare il loro apporto al valore dell'im-

mobile. Con la rilevazione dei dati di mercato, la stima dei prezzi delle caratteristiche qualitative è risolta una volta per tutte dal sistema di stima.

L'analisi del flusso di cassa. Il flusso di cassa mira a rappresentare la serie dei ricavi e dei costi di un investimento immobiliare. La stima per capitalizzazione del reddito si serve del flusso di cassa per raffigurare il ciclo immobiliare, considerando i costi di intervento, la serie dei redditi e il valore di rivendita finale dell'immobile da valutare. L'analisi del flusso di cassa possiede una vita propria nell'attività di consulenza, dove l'investitore può essere maggiormente interessato a conoscere il flusso dei costi e dei ricavi dell'investimento piuttosto che il valore dell'immobile, oppure il suo valore futuro contro il prezzo attuale.

Il mercato immobiliare italiano presenta una serie di condizionamenti, dovuti principalmente alla mancanza di trasparenza dei prezzi immobiliari, alla ridotta competitività, alla legislazione fiscale, al livello impositivo e alla scarsa integrazione con il mercato mobiliare. La cultura immobiliare, intesa come il complesso delle manifestazioni concernenti il processo evolutivo del settore immobiliare, legato a condizioni economiche e ambientali e a periodi storici, appare in ritardo rispetto a quella di molti altri paesi, dove l'opinione pubblica esprime un atteggiamento complessivo più maturo e partecipe.

Ai fini delle valutazioni tutto ciò si traduce nella difficoltà di rilevazione dei prezzi effettivamente contrattati e di reperimento delle informazioni di mercato. La rilevazione dei prezzi di mercato rappresenta, infatti, la base per qualsiasi tipo di stima oltre che di decisione di investimento.

Appaiono allora necessari e improcrastinabili: la rilevazione di dati affidabili, dettagliati e obiettivi riferiti al mercato immobiliare; la costituzione di organismi indipendenti nel settore delle valutazioni immobiliari; la diffusione di codici di comportamento e degli standard estimativi internazionali; la formazione del valutatore come soggetto che possiede le necessarie qualifiche, l'abilità e l'esperienza per eseguire una valutazione; la definizione del rapporto di valutazione, che contiene il giudizio di stima, appropriato alla natura dell'incarico e alle richieste del cliente, redatto secondo requisiti minimi di contenuto.

Nel nostro Paese in diverse circostanze è emerso chiaramente che il settore immobiliare si trova alle soglie di una fase nella quale si profilano grandi cambiamenti. L'Associazione Geometri Valutatori Esperti (www.geoval.it) ha avviato un importante progetto di qualificazione professionale che applica gli standard valutativi internazionali. Questo libro si inserisce in questo filone di applicazioni ed è destinato agli studenti universitari che affrontano studi estimativi.

CAPITOLO I ELEMENTI DI ECONOMIA

1.1 INTRODUZIONE

Le valutazioni immobiliari riguardano alcune importanti grandezze economiche, quali a esempio i prezzi di mercato e i redditi degli immobili (terreni e fabbricati) e i costi di produzione delle imprese. I principali riferimenti delle stime sono quindi rappresentati dal mercato e dall'impresa. Il mercato è il luogo reale e ideale di incontro della domanda e dell'offerta di una merce. L'impresa è l'unità elementare della produzione.

Gli elementi di economia mirano a offrire le nozioni essenziali da applicare all'economia immobiliare e alle valutazioni estimative. Queste nozioni sono presentate secondo modelli economici che descrivono il comportamento delle unità (consumatori e produttori) componenti il sistema economico.

1.2 TEORIA DEL CONSUMATORE

1.2.1 Approccio cardinale

Il consumatore per soddisfare i propri bisogni programma di spendere il reddito di cui dispone per l'acquisto di vari beni. Dati i prezzi di mercato di questi beni il consumatore mira a acquistare le merci in modo da conseguire il massimo livello di soddisfazione o di utilità. A questo fine il consumatore deve essere in grado di confrontare l'utilità ritratta dai diversi set di merci che è possibile acquistare con il proprio reddito.

Il confronto dell'utilità può avvenire secondo due approcci: l'approccio cardinale e l'approccio ordinale.

L'*approccio cardinale* presuppone che per il soggetto l'utilità può essere misurata cardinalmente e in particolare con la moneta. Tuttavia questa unità di misura non è costante perché per il soggetto l'utilità di ogni singola unità di moneta, come di qualsiasi altra merce, decresce al crescere della disponibilità di moneta e della disponibilità della merce. Si dice allora che l'utilità marginale della moneta è decrescente. Questa regola vale in genere per tutti i beni il cui consumo induce livelli di utilità decrescenti, a causa della progressiva soddisfazione del bisogno cui il bene provvede. Indicando con x_1, x_2, \dots, x_n le quantità dei beni (indipendenti) del set, l'utilità totale U ritratta dal consumatore è funzione della quantità dei singoli beni:

$$U = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

se si suppone in prima approssimazione che l'utilità totale è pari alla somma delle utilità dei singoli beni, allora l'utilità totale risulta pari a:

$$U = U_1(x_1) + U_2(x_2) + \dots + U_n(x_n)$$

L'*utilità marginale* esprime la variazione dell'utilità totale al variare della quantità del bene; l'utilità marginale U'_x del bene generico x è dunque pari alla derivata prima della funzione dell'utilità totale:

$$U'_x = \frac{\partial U_x}{\partial x}$$

I beni possono essere classificati in beni indipendenti, beni complementari e beni succedanei. Per i *beni indipendenti* il consumo congiunto crea per il soggetto un'utilità totale eguale alla somma delle utilità indotte dai singoli beni. Per i *beni complementari* il consumo congiunto induce un'utilità maggiore della somma delle utilità dei singoli beni, per cui l'utilità totale è indicativamente pari alla disequaglianza:

$$U > U_1(x_1) + U_2(x_2) + \dots + U_n(x_n)$$

Per i beni succedanei (o surrogati o sostituti) il consumo genera la stessa utilità, per questo l'utilità totale è indicativamente la ripetizione delle utilità dei singoli beni:

$$U_1(x_1) = U_2(x_2) = \dots = U_n(x_n)$$

$$U = n \cdot U_1(x_1)$$

Il consumatore tiene un comportamento razionale di massimizzazione dell'utilità sotto il vincolo del reddito disponibile, per questo mira a rendere massima la differenza tra l'utilità totale U_x e la spesa per l'acquisto del singolo bene x al prezzo p_x nel modo che segue:

$$U_x = f(x)$$

$$U_x - p_x \cdot x = \max$$

La condizione necessaria per un massimo comporta che la derivata parziale della funzione rispetto a x sia nulla (*figura 1.1*):

$$\frac{\partial U_x}{\partial x} - \frac{\partial (p_x \cdot x)}{\partial x} = 0$$

$$U'_x = p_x$$

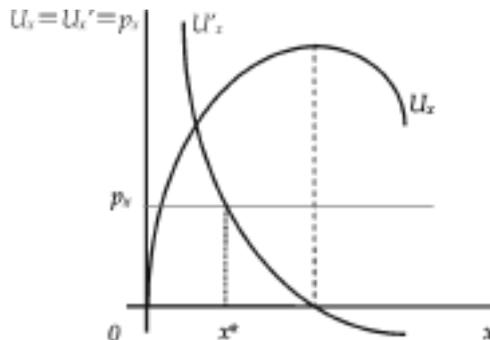


Figura 1.1 - Utilità totale e marginale nell'approccio cardinale

La condizione di equilibrio del consumatore rispetto a un singolo bene è raggiunta in corrispondenza della quantità x^* per la quale l'utilità marginale è eguale al prezzo del bene. Se l'utilità marginale supera il prezzo (considerato come disutilità) il soggetto continua a consumare il bene fino alla quantità in cui utilità e disutilità si eguagliano.

Per l'ipotesi dell'utilità totale additiva, la posizione di equilibrio del consumatore per il set dei beni indipendenti è data dalla eguaglianza dei rapporti tra le utilità marginali dei singoli beni e i rispettivi prezzi:

$$\frac{U'_{x_1}}{p_{x_1}} = \frac{U'_{x_2}}{p_{x_2}} = \dots = \frac{U'_{x_n}}{p_{x_n}} .$$

In questa posizione il soggetto consuma quantità dei diversi beni fino a quando le utilità marginali ponderate per i rispettivi prezzi si eguagliano.

Nell'approccio cardinale la curva di domanda di un bene ripete la funzione dell'utilità marginale in quanto è direttamente ottenuta ponendo l'eguaglianza tra l'utilità marginale (decreciente) e il prezzo. La derivazione della curva di domanda è consentita dall'ipotesi di utilità marginale costante della moneta (*figura 1.2*). La funzione di domanda è per convenzione presentata stabilendo che la quantità domandata (domanda) di una merce risulta funzione del prezzo, nella forma seguente:

$$x = f(p_x)$$

ponendo per variabile dipendente la quantità quando invece è il prezzo. Questa inversione consente di spiegare le variazioni di quantità e prezzo in modo che al diminuire del prezzo la quantità domandata aumenta e all'aumentare del prezzo la quantità domandata diminuisce in accordo con l'evidenza pratica. In generale i fenomeni economici si rappresentano sul primo quadrante.

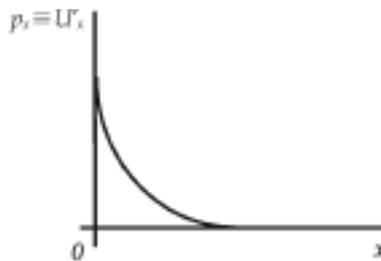


Fig. 1.2 - Funzione di domanda nell'approccio cardinale

La curva di domanda può essere semplificata con una retta per la quale al prezzo p^* è domandata dal consumatore la quantità x^* ; per questa quantità l'utilità compensa la disutilità legata al pagamento del prezzo e residua un'eccedenza di utilità a favore del consumatore, per il fatto che l'utilità del bene è decrescente e sovrastante la disutilità del prezzo costante (*figura 1.3*). Questa eccedenza di utilità è detta surplus o *rendita del consumatore*. Per beni gratuiti ($p=0$) la rendita del consumatore si estende all'intera area sottostante la funzione di domanda.

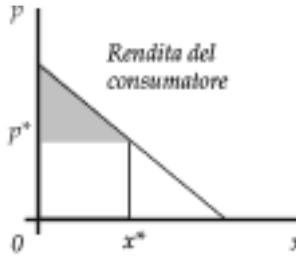


Fig. 1.3 - Rendita del consumatore

1.2.2 Approccio ordinale

L'approccio ordinale presuppone che il consumatore possa ordinare le sue preferenze rispetto al paniere dei beni senza dovere attribuire una misura monetaria ai livelli di utilità. Le preferenze del consumatore sono ordinate nelle curve di indifferenza che rappresentano il luogo dei punti geometrici ove il consumatore ritrae lo stesso livello di utilità nel consumo di una coppia di beni (x_1 e x_2 indipendenti) (figura 1.4).

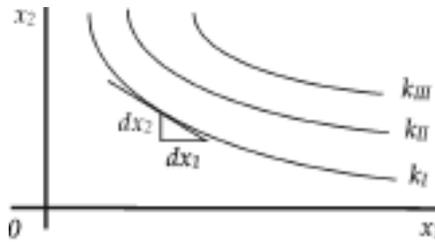


Figura 1.4 - Curve di indifferenza

La funzione di utilità totale nel caso dei due beni risulta essere la seguente:

$$U = f(x_1, x_2).$$

l'equazione della curva di indifferenza nella quale l'utilità rimane costante al livello K è pari a:

$$U = f(x_1, x_2) = k.$$

Si indica come *saggio marginale di sostituzione* $SMS_{1,2}$ di x_1 rispetto a x_2 la pendenza della curva di indifferenza:

$$SMS_{1,2} = -\frac{dx_2}{dx_1}$$

che presenta il segno negativo. Il saggio marginale di sostituzione esprime la modalità di sostituzione nello stesso paniere dei due beni per lo stesso livello di soddisfazione. Il differen-

ziale totale della funzione di utilità totale mostra la variazione complessiva della funzione di indifferenza quando variano tutti gli argomenti della funzione, di conseguenza ponendo eguale a zero il differenziale totale si ottiene:

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x_1} \cdot dx_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2} \cdot dx_2 = U'_{x_1} \cdot dx_1 + U'_{x_2} \cdot dx_2 = 0$$

valgono allora le seguenti eguaglianze in termini di saggi di sostituzione:

$$\frac{U'_{x_1}}{U'_{x_2}} = -\frac{dx_2}{dx_1} = SMS_{x_2, x_1} \text{ oppure } \frac{U'_{x_2}}{U'_{x_1}} = -\frac{dx_1}{dx_2} = SMS_{x_1, x_2}.$$

Le curve di indifferenza dei beni indipendenti presentano le seguenti proprietà: a) la pendenza delle curve di indifferenza è negativa e il saggio marginale di sostituzione è decrescente; b) la distanza radiale delle curve di indifferenza dall'origine indica livelli crescenti di benessere (mappa di indifferenza); c) le curve di indifferenza associate a diversi livelli di utilità non si intersecano; d) le curve di indifferenza mostrano la convessità verso l'origine degli assi.

Le curve di indifferenza dei beni sostituti perfetti possono essere indicativamente rappresentate con un retta decrescente; le curve di indifferenza dei beni complementari possono essere raffigurate con una spezzata (figura 1.5).

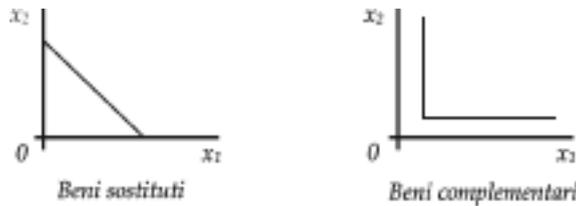


Figura 1.5 - Curve di indifferenza atipiche

Nell'approccio ordinale l'equilibrio del consumatore considera il reddito R , il prezzo p_1 del bene x_1 e il prezzo p_2 del bene x_2 . In assenza di risparmio, il vincolo di bilancio del consumatore è posto dall'eguaglianza tra il reddito e le somme spese per l'acquisto dei due beni:

$$R = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2.$$

Il vincolo del reddito può essere presentato sotto forma di linea di bilancio con una retta decrescente di pendenza pari al rapporto tra i prezzi dei due beni (figura 1.6):

$$x_2 = \frac{R}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} \cdot x_1.$$

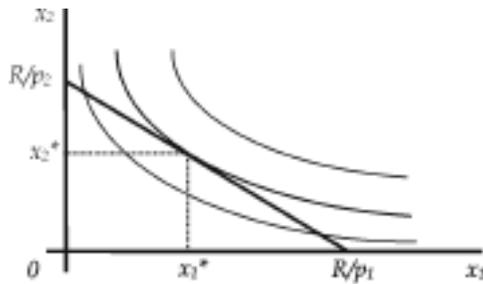


Figura 1.6 - Equilibrio del consumatore

Diagrammaticamente il punto di equilibrio di coordinate x_1^* e x_2^* corrisponde alla combinazione delle quantità dei due beni, che scaturisce dal punto di tangenza della linea di bilancio con la curva di indifferenza più elevata intercettata.

In termini simbolici il problema dell'equilibrio del consumatore può essere posto nella forma di massimizzazione della funzione di utilità:

$$U = f(x_1, x_2)$$

sotto il vincolo:

$$R = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2$$

La risoluzione del problema di massimo vincolato parte dall'equazione del vincolo nella forma che considera λ costante, che rappresenta il moltiplicatore di Lagrange:

$$\lambda(p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 - R) = 0.$$

La funzione composta ϕ si ottiene sottraendo alla funzione di utilità l'equazione di vincolo:

$$\phi = U - \lambda \cdot (p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 - R).$$

La massimizzazione della funzione composta implica la massimizzazione della funzione di utilità. Differenziando la funzione composta rispetto a x_1 e x_2 e λ e ponendo eguali a zero le relative equazioni si giunge alle seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial x_1} &= \frac{\partial U}{\partial x_1} - \lambda \cdot p_1 = 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial x_2} &= \frac{\partial U}{\partial x_2} - \lambda \cdot p_2 = 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial \lambda} &= -p_1 \cdot x_1 - p_2 \cdot x_2 + R = 0. \end{aligned}$$

Da queste relazioni, salvo la terza che esprime il vincolo, secondo la solita simbologia si definisce la posizione di equilibrio del consumatore: