

W. D. MEANS

Sforzo e deformazione

PRINCIPI DI MECCANICA DEL CONTINUO

TRADUZIONE DI
Cesare Roda

INDICE

Parte I – Introduzione	pag.	1
1. Costituzione fisica delle rocce	»	3
2. Stato meccanico	»	7
3. Cambiamento dello stato meccanico	»	12
4. Significato meccanico delle strutture	»	18
Parte II – Le forze nelle rocce	»	29
5. Classi di forze	»	31
6. Sforzo su un piano	»	36
7. L'Ellissoide degli sforzi, I	»	45
8. L'Ellissoide degli sforzi, II	»	51
9. Il cerchio di Mohr degli sforzi	»	58
10. Componenti del tensore dello sforzo	»	70
11. Formula di Cauchy, trasformazione delle componenti del tensore ..	»	83
12. Campi di sforzo	»	93
13. Storia dello sforzo	»	102
Parte III – La deformazione delle rocce	»	107
14. Distorsione e deformazione, misure della distorsione	»	109
15. L'Ellissoide della Deformazione	»	117
16. Cerchio di Mohr per la deformazione infinitesima.....	»	126
17. Cerchio di Mohr per la deformazione finita	»	133
18. Gradienti di spostamento e di deformazione	»	141
19. Componenti del tensore della deformazione infinitesima, I.....	»	151
20. Componenti del tensore della deformazione infinitesima, II	»	158
21. Componenti del tensore della deformazione finita, I	»	165
22. Componenti del tensore della deformazione finita, II	»	171
23. Campi di deformazione	»	181
24. Storia della deformazione	»	189
Parte IV – Argomenti relativi al rapporto tra forze e deformazioni	»	201
25. Comportamento Hookeano	»	203
26. Comportamento Newtoniano	»	215
27. Energia consumata nella deformazione	»	223
Soluzione degli esercizi	»	231
Bibliografia	»	275
Tabelle di conversione	»	279
Indice analitico	»	283

Prefazione

Questo è un libro di base sulla teoria di sforzo e deformazione per i geologi. Il libro è stato scritto nella convinzione che una solida introduzione alla meccanica dei corpi continui è essenziale per gli studiosi di geologia strutturale e di tettonica, allo stesso modo che una solida introduzione di chimica fisica è necessaria per gli studenti di petrologia. Questa idea è condivisa da molti specialisti di geologia strutturale, ma non trova ancora attuazione nei tipici curricula di geologia. Agli studenti universitari vengono tradizionalmente impartite solo alcune lezioni sui fondamenti della meccanica, e raramente si trovano dei corsi sistematicamente dedicati a questo argomento anche per le lauree magistrali. Il risultato è che molti studenti interessati alla geologia strutturale ed alla tettonica completano il loro curriculum senza essere in grado di comprendere o di contribuire alla moderna letteratura sulle rocce come un sistema meccanico.

Il rimedio a lungo termine per questa carenza consiste nell'introdurre, come parti essenziali dei curricula di laurea, corsi sulla meccanica del continuo e sul comportamento dei materiali. Si tratta di argomenti difficili, ma non più dell'ottica cristallografica o della termodinamica o di altri argomenti rigorosi che normalmente vengono studiati dai laureandi. Il rimedio a breve termine consiste nel produrre libri utilizzabili per lo studio autonomo da parte di quegli studenti, o anche di quei geologi professionisti, che desiderano approfondire la loro capacità di comprendere gli argomenti della meccanica importanti per la geologia. Questo libro vuole soddisfare l'esigenza di breve termine per quanto si riferisce a sforzo e deformazione, due concetti al contempo semplici e intriganti della meccanica del continuo. È scritto essenzialmente come un manuale per l'auto apprendimento, ma esso può essere utilizzato anche come testo per un corso semestrale di lezioni, ovvero come ausilio per il testo principale nei corsi di geologia strutturale.

La teoria matematica è sviluppata qui in modo molto elementare ed è esposta in modo dettagliato. Alcune parti della trattazione possono apparire noiose per coloro che hanno già familiarità con l'argomento, ma potrà essere di grande aiuto per i principianti, specialmente per coloro con basi limitate di fisica e di matematica applicata. Per rendere la materia quanto più possibile digeribile, essa è stata divisa in ventisette brevi capitoli e ogni capitolo è seguito da una serie di esercizi, dei quali è fornita anche la soluzione.

L'augurio è che lo studio preliminare di questo libro completi e faciliti l'utilizzazione dei testi generalmente più ampi e approfonditi di Jaeger (1969) e Ramsay (1967) e dei testi più finalizzati di Johnson (1970) e Hubbert (1972). La trattazione in questo libro è analoga ed in parte ispirata dai capitoli di W. M. Chapple e E. G. Bombolakis del Rapporto del Seminario sulla Meccanica delle Rocce del 1977, edito da Riecker (1968). Particolare accento è posto sui concetti di sforzo e deformazione, più che sulla soluzione di specifici problemi geologici.

I lettori che si accontentano di una versione accorciata del testo, tralasciando alcune parti sui tensori degli sforzi e delle deformazioni, possono saltare i Capitoli 11, 20, 21 e 22.

Ringraziamenti

Sono particolarmente grato a Brian Bayly (Rennsealaer Polytechnic Institute, USA) e Nick Gay (Witwatersrand University, Sud Africa). Essi hanno letto la prima stesura del volume e hanno suggerito molti miglioramenti.

Sono stato molto aiutato anche da studenti, in particolare da Bob Finlay (Auckland University, Nuova Zelanda), che sistematicamente hanno letto la seconda stesura, e hanno segnalato le parti nelle quali il testo o le figure erano confuse. Altri studenti hanno dato un particolare aiuto: Anne Wright, Julie Milligan e Terry Crippen (Auckland University), Bruce Nisbet e Suzanne O'Connell (State University of New York at Albany). Inoltre ringrazio per i grandi contributi Bruce Hobbs (Monash University, Australia) e Paul Williamms (Rijksuniversiteit, Leide, Olanda). Numerose discussioni con questi due docenti nel corso di anni hanno molto contribuito a migliorare la mia stessa comprensione dei concetti di sforzo e deformazione. Nonostante tutti questi aiuti, probabilmente io ho lasciato che nel testo rimanessero alcuni errori; sarò grato ai lettori che me li segnaleranno.

Ringrazio infine la Signora Terri VanDerwerken per la paziente dattiloscrittura del difficile materiale e il Prof. R. N. Brothers e lo staff del Dipartimento di Geologia dell'Università di Auckland per il piacevole ambiente durante l'anno sabbatico nel 1975, quando è stato completato il lavoro principale per la stesura di questo libro.

Presentazione della traduzione italiana

Il testo di Means è un libro che ho amato sin da quando, circa venticinque anni fa, ho avuto la fortuna di leggerlo per la prima volta. La visione delle rocce come un sistema meccanico non faceva parte degli insegnamenti impartiti nei corsi di laurea in Scienze geologiche negli anni cinquanta, e questa mi è apparsa come una carenza importante sin dai primi anni di lavoro in campagna nel corso delle esplorazioni geologiche in Sicilia per la ricerca di sali potassi, nello studio in sotterraneo delle miniere di zolfo e nelle indagini propedeutiche per la messa in produzione della miniera di salgemma di Belvedere di Spinello, sfruttata mediante dissoluzione.

Negli ultimi anni, avviandomi verso la conclusione della attività di docente universitario, ho approfittato delle occasioni offerte dal riordino dei piani di studio per ritagliarmi un modulo del corso per insegnare i concetti di base della meccanica utilizzati nella geologia. Il vantaggio di avere, nella fase di transizione dal vecchio al nuovo ordinamento didattico, un numero limitato di studenti, mi ha permesso di suggerire alcuni testi in lingua inglese, dei quali ho tradotto alcune parti a favore degli studenti. Uno di questi testi è appunto il volume di Means; la traduzione italiana è stata messa insieme non sistematicamente, ma poco alla volta, secondo l'esigenza di singoli studenti; alla fine mi sono trovato tra le mani l'intero volume tradotto in Italiano. Ho allora pensato di utilizzare la traduzione per lo stesso scopo per il quale il Prof. Means aveva a suo tempo scritto il testo originale, e cioè come rimedio a breve termine per colmare la mancanza di insegnamenti sistematici dei fondamenti della meccanica nello studio delle rocce.

Ogni traduzione impone di soddisfare due esigenze, talora non facilmente conciliabili: l'aderenza al testo originario e l'utilizzazione del lessico scientifico della nuova lingua. Per i testi scientifici un grande aiuto deriva dalla disponibilità nella nuova lingua di una abbondante letteratura sull'argomento. Sfortunatamente nella letteratura geologica italiana non sono molti i testi che trattano di argomenti come quelli del volume di Means, a differenza della ampia letteratura diffusa nel campo della ingegneria, che però ha un diverso approccio alla materia. Questo fatto ha creato qualche problema in quanto molti dei vocaboli tecnici, ad esempio *stress* e *strain*, sono comunemente utilizzati in inglese anche nella letteratura scientifica italiana, cosicché la loro traduzione in Italiano ha dovuto affrontare la scelta tra termini che, nel linguaggio comune, sono sinonimi. Per aiutare il lettore nella individuazione della corrispondenza tra i termini italiani utilizzati nella traduzione ed i termini inglesi originari, si è pensato di non tradurre le scritte contenute nelle figure, conferendo alle stesse una funzione di vocabolario a confronto con le didascalie italiane delle figure. In alcuni punti del testo, particolarmente nella parte terza, sono state introdotte alcune frasi per illustrare il significato dei termini italiani e, là dove è apparso necessario, è stato riportato, tra parentesi, il vocabolo inglese corrispondente a quello italiano utilizzato.

Devo un caloroso ringraziamento al collega Antonino Morassi per la lettura critica della prima stesura della traduzione. Nonostante che gli studenti che hanno utilizzato la traduzione mi abbiano segnalato numerosi errori e imprecisioni, e nonostante la

cura con la quale ho preparato il testo per la stampa, è assai probabile che nel testo siano ancora rimasti errori; io spero che il successo del volume renda presto necessaria una ristampa, e pertanto invito tutti i lettori a volere segnalare gli errori, in modo che sia possibile correggerli.

Scalea, Agosto 2005

Cesare Roda

1. Costituzione fisica delle rocce

Omogeneità e continuità dei materiali

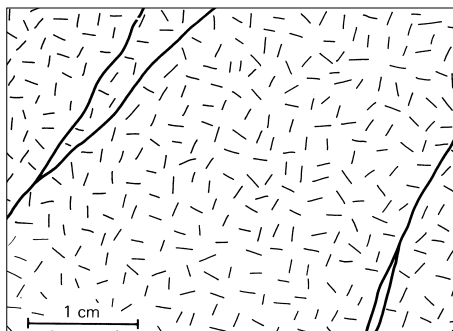
Iniziamo definendo quattro classi di materiali.

Un materiale è *omogeneo* se le proprietà di una sua parte sono eguali alle proprietà di ogni altra parte. Un materiale che non corrisponde a questa definizione è *disomogeneo*.

Un materiale è *continuo* se ogni volume parziale di esso è occupato dal materiale e se le sue proprietà variano gradualmente da un punto all'altro. Un materiale che non ha queste caratteristiche, nel quale proprietà come densità e resistenza variano bruscamente in corrispondenza di superfici interne, è detto *discontinuo*.

Se applichiamo queste definizioni a materiali granulari e cristallini, come rocce, suoli, metalli, ceramiche, troviamo che tutti questi materiali sono disomogenei e discontinui. Ad esempio, anche il cubetto di quarzite più uniforme e solido conterrà piccoli pori tra i grani e ogni coppia di parti del cubetto avrà piccole differenze di densità. I materiali reali non sono mai perfettamente omogenei o perfettamente continui.

Figura 1.1 Dicco di roccia granitica che mostra grani di biotite e giunti. La roccia è approssimativamente omogenea alla scala di un centimetro rispetto al contenuto di biotite (cioè 1 cm^3 dovunque nel campione contiene approssimativamente lo stesso numero di grani di biotite). La roccia non è omogenea a questa scala rispetto alla frequenza dei giunti.



I concetti di perfetta omogeneità e di perfetta continuità sono tuttavia utili in quanto definiscono le proprietà del materiale ideale utilizzato in molte delle teorie matematiche del comportamento meccanico. Questi concetti ci permettono anche di classificare il materiale come *approssimativamente omogeneo* o *approssimativamente continuo*, se specifichiamo lo scostamento possibile dall'ideale. Questo concetto è illustrato, per l'omogeneità, dalla Figura 1.1. Si osservi che per definire un materiale reale come omogeneo in questo senso approssimato, o "statistico", è necessario specificare la *scala* alla quale il materiale è campionato ed anche le *particolari proprietà* rispetto alle quali esaminiamo il materiale.

Costituenti fisici e struttura delle rocce

La Figura 1.2 mostra corpi rocciosi a varie scale. In ogni campo di osservazione ci sono regioni approssimativamente omogenee di più di una specie. Questi

tipi di regioni omogenee sono i *costituenti fisici* del corpo roccioso. Nella Figura 1.2e, ad esempio, i costituenti fisici sono: grani di quarzo, lamine di mica e biotite pieghettata; nella Figura 1.2c essi sono: sedimenti piegati e rocce ignee. A qualunque scala guardiamo, noi tendiamo a vedere zone occupate da differenti costituenti fisici. Queste zone sono separate da *confini*, e sono questi confini - in particolare la loro configurazione geometrica nello spazio - che definiscono la *struttura* del corpo roccioso. Se è necessario il microscopio per vedere la struttura, allora la chiamiamo *microstruttura*.

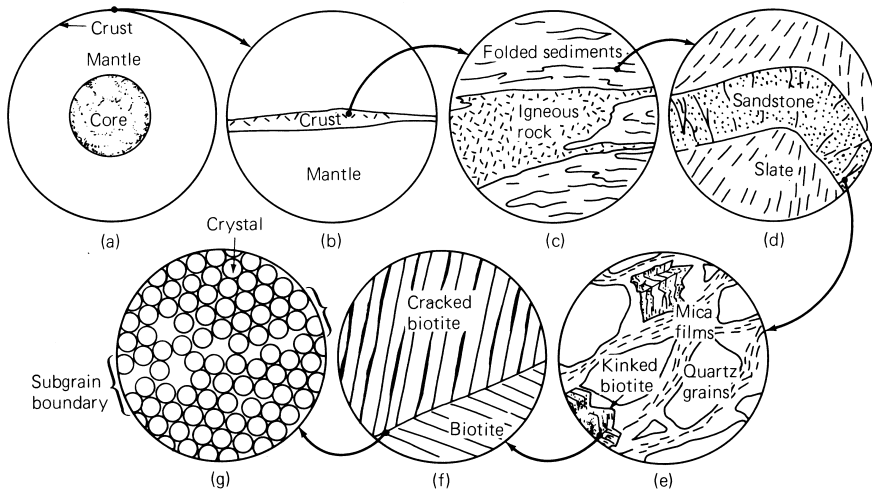


Figura 1.2 Corpi rocciosi a varia scala, che mostrano i componenti fisici e la struttura. (a) L'intera Terra formata da nucleo, mantello e crosta. (b) Un margine continentale, che mostra crosta e mantello. (c) Parte di una catena montuosa, che mostra sedimenti piegati e rocce ignee. (d) La cerniera di una piega, con arenaria e argilla. (e) Parte di una sezione sottile, con grani di quarzo, lamine di mica e biotite pieghettata. (f) Una zona intracristallina, che mostra biotite normale e biotite con numerose fratture di clivaggio, separate da una superficie di piegamento. (g) Una zona entro il limite macroscopico di piegamento, che mostra, schematicamente, zone con struttura cristallina normale separate da una zona limite subgranulare con struttura molto anormale. In ogni disegno i componenti fisici sono le entità etichettate e la struttura è la configurazione delle superfici di separazione tra i componenti fisici.

Meccanica del continuo e rocce discontinue

La parte della meccanica che si occupa dei materiali come se essi fossero continui è detta meccanica del continuo. Ci si può chiedere: Perché studiare questo argomento in geologia se le rocce sono piene di superfici che delimitano i granuli, di superfici di stratificazione, e di altre strutture che delimitano cambiamenti bruschi ed essenzialmente discontinui delle proprietà fisiche? Ci sono due argomenti principali per la risposta.

1. L'esperienza mostra che la meccanica del continuo spesso fornisce previsioni approssimativamente corrette, anche quando è applicata a materiale discontinuo. Ad esempio, la meccanica del continuo prevede che,

in varie circostanze, piccole tracce circolari nelle rocce (come gli steli dei crinoidi), quando la roccia è deformata, possono divenire ellittiche e non altre forme ovali o quadrilatere. Andiamo in campagna e, nei marmi deformati, osserviamo steli di crinoidi che hanno una forma approssimativamente ellittica. Si osservi tuttavia che la meccanica del continuo predice la forma corretta solo in quanto noi valutiamo la forma attuale in un appropriato modo approssimato. In affioramento vediamo un andamento regolare della traccia dello stelo del crinoide in quanto il nostro occhio è uno strumento di osservazione che omogenizza piccole irregolarità. Molte delle tecniche di misura e di osservazione utilizzate in geologia hanno questa stessa tendenza di lisciare piccole irregolarità nelle quantità fisiche misurate, e questo può corrispondere esattamente alla regolarizzazione delle misure prevista introducendo l'assunzione della continuità.

2. La seconda ragione per studiare la meccanica del continuo è che essa è molto più semplice matematicamente rispetto alla teoria del discontinuo. Quest'ultima teoria è comunque basata su concetti del continuo, e pertanto, a motivo della semplicità e della priorità, è opportuno studiare per primi i concetti della meccanica del continuo.

Dal momento che, per molta parte di questo libro, concentriamo la nostra attenzione su una visione delle rocce come materiale continuo, è necessario sottolineare, prima di proseguire, che le *discontinuità* delle rocce sono tutte importanti per il controllo del loro attuale comportamento fisico. Sono queste le caratteristiche che devono essere studiate per capire l'origine delle strutture di deformazione delle rocce. Le faglie hanno origine da fratture, e i grani minerali si deformano perché minuscole regioni con struttura anomala sono attivate e si muovono migrando attraverso i cristalli. In ogni caso, le deformazioni avvengono e si propagano in regioni che *non sono tipiche* della massa principale del materiale. I processi di molti tipi di deformazione sono cioè fenomeni fortemente localizzati.

ESERCIZI

- 1.1 La roccia della Figura 1.1 è omogenea rispetto all'abbondanza della biotite alla scala di un cubetto di 1 mm di lato?
- 1.2 Un materiale può essere continuo e disomogeneo?
- 1.3 Un materiale può essere discontinuo e omogeneo?
- 1.4 Una roccia i cui pori sono saturi di fluido è un materiale continuo?
- 1.5 Nelle Figure 1.2b-e la struttura è visibile a due differenti scale in ogni figura. Fornire esempi di ciò, citando le singole figure della serie.
- 1.6 Può una roccia con una struttura essere omogenea?
- 1.7 Nella Introduzione alla Parte I è affermato che aspetti delle forze e dei movimenti subiti da corpi rocciosi possono riflettersi anche sulle successioni

faunistiche che essi contengono. Fornire un esempio di come una successione faunistica può riflettere la storia dei movimenti.

NOTE E BIBLIOGRAFIA

Il significato di continuità è discusso con maggiore dettaglio da Fung (1969, pp. 2-4), Hodge (1970, pp. 6-10), Long (1961, pp. 33-35), e Malvern (1969, pp. 1-2).

L'omogeneità è discussa da Mase (1970, p. 44), Paterson e Weiss (1961, pp. 854-855), e Turner e Weiss (1963, pp. 16-19).

I significati del termine struttura sono discussi da Turner e Weiss (1963, p. 24) e da Weiss (1972, pp. 2-3).

I corpi rocciosi con struttura consistono di parti, ed è conveniente disporre di un termine generale per i tipi di parti. Si è parlato sino ad ora di costituenti fisici, per distinguerli dai costituenti chimici o mineralogici delle rocce.