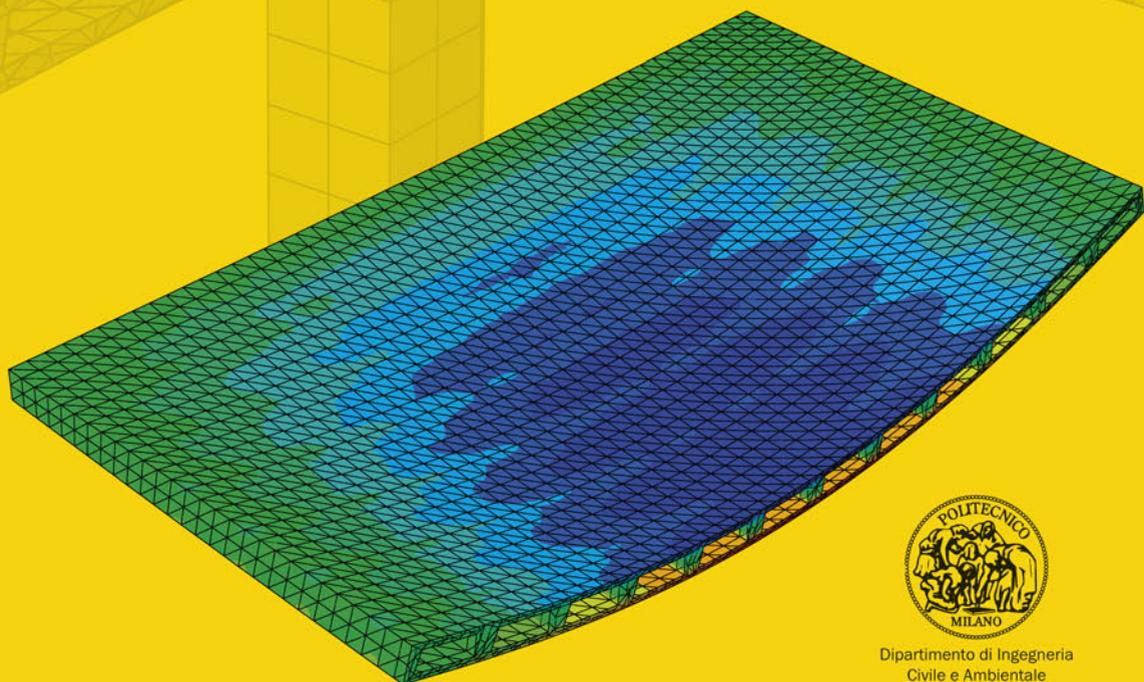


Dario Coronelli
Luca Martinelli
Francesco Foti

SOLAI ALLEGGERITI IN CALCESTRUZZO ARMATO SOGGETTI AD AZIONI GRAVITAZIONALI E SISMICHE

Analisi e progetto di piastre alleggerite con l'impiego del sistema U-Boot Beton®



Dipartimento di Ingegneria
Civile e Ambientale



DARIO FLACCOVIO EDITORE

daliform
GROUP
Building Innovation & Creatori dell'Igli®

Dario Coronelli Luca Martinelli Francesco Foti

Solai alleggeriti in calcestruzzo armato soggetti ad azioni gravitazionali e sismiche

Analisi e progetto di piastre alleggerite
con l'impiego del sistema U-Boot Beton®



Dipartimento di Ingegneria
Civile e Ambientale

dali*form*
GROUP
Building Innovation © Creatori dell'Iglù®



Dario Flaccovio Editore

Dario Coronelli - Luca Martinelli - Francesco Foti

SOLAI ALLEGGERITI IN CALCESTRUZZO ARMATO SOGGETTI AD AZIONI GRAVITAZIONALI E SISMICHE

ISBN 9788857904702

© 2015 by Dario Flaccovio Editore s.r.l. - tel. 0916700686

www.darioflaccovio.it info@darioflaccovio.it

Prima edizione: giugno 2015

Coronelli, Dario <1966->

Solai alleggeriti in calcestruzzo armato soggetti anche ad azioni gravitazionali e sismiche : analisi e progetto di piastre alleggerite con l'impiego del sistema U-Boot Beton® / Dario Coronelli, Francesco Foti, Luca Martinelli. - Palermo : D. Flaccovio, 2015.

ISBN 978-88-579-0470-2

1. Solai in cemento armato – Impiego [del] Sistema U-Boot Beton®.

I. Foti, Francesco <1985->.

II. Martinelli, Luca <1965->.

624.18342 CDD-22

SBN PAL0280525

CIP - Biblioteca centrale della Regione siciliana "Alberto Bombace"

Stampa: Tipografia Priulla, Palermo, giugno 2015

Nomi e marchi citati sono generalmente depositati o registrati dalle rispettive case produttrici.

L'editore dichiara la propria disponibilità ad adempiere agli obblighi di legge nei confronti degli aventi diritto sulle opere riprodotte.

La fotocopiatura dei libri è un reato.

Le fotocopie per uso personale del lettore possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascun volume/fascicolo di periodico dietro pagamento alla SIAE del compenso previsto dall'art. 68, commi 4 e 5, della legge 22 aprile 1941 n. 633. Le riproduzioni effettuate per finalità di carattere professionale, economico o commerciale o comunque per uso diverso da quello personale possono essere effettuate solo a seguito di specifica autorizzazione rilasciata dagli aventi diritto/dall'editore.

Indice

<i>Prefazione</i>	pag.	9
<i>Premessa</i>	»	11
1. Descrizione della tipologia strutturale	»	13
1.1. Piastre alleggerite: inquadramento generale	»	13
1.2. Il sistema costruttivo del solaio a piastra alleggerita nel suo sviluppo storico	»	16
1.2.1. Le origini	»	17
1.2.2. La necessità dell'alleggerire	»	19
1.2.3. Verso il paradigma della soletta alleggerita	»	21
1.3. Descrizione del sistema costruttivo	»	27
1.4. Modellazione: teorie strutturali	»	32
1.4.1. Piastra di Kirchhoff	»	32
1.4.1.1. Ipotesi di calcolo	»	32
1.4.1.2. Modello cinematico	»	32
1.4.1.3. Legame costitutivo	»	34
1.4.1.4. Equilibrio	»	36
1.4.1.5. Condizioni al contorno	»	38
1.4.2. Modellazione discreta di un impalcato cellulare	»	39
1.4.3. Modellazione numerica	»	43
1.4.4. Esempio di calcolo: piastra quadrata appoggiata lungo i quattro lati e soggetta ad un carico uniformemente distribuito	»	45
1.4.4.1. Descrizione del problema	»	46
1.4.4.2. Soluzione analitica	»	46
1.4.4.3. Modelli numerici	»	48
1.5. Criteri progettuali e inquadramento normativo	»	53
1.5.1. Meccanismo resistente per piastre alleggerite	»	53
1.5.2. Calcolo dell'armatura	»	54
1.5.3. Criteri normativi.....	»	56
1.6. Bibliografia	»	58

2. Edifici con impalcato a piastra (“Flat-slab” building) in zona sismica...	»	61
2.1. Descrizione della tipologia strutturale	»	61
2.2. Criteri di progettazione antisismica	»	62
2.2.1. Risposta strutturale di riferimento	»	63
2.2.2. Progetto basato sulle forze	»	63
2.2.3. Duttilità, resistenza e strutture dissipative	»	67
2.2.4. Elementi sismicamente primari e secondari	»	68
2.2.5. Regioni critiche e zone dissipative	»	68
2.2.6. Sistemi strutturali ammessi in edifici in calcestruzzo armato	»	69
2.2.7. Possibilità di realizzare strutture a piastre con pilastri (flat slab)	»	70
2.3. Modellazione strutturale per analisi sismica con piastre come elementi secondari	»	71
2.3.1. Vincoli sulla caratterizzazione di alcuni elementi strutturali come secondari	»	72
2.3.2. Progettazione delle “membrature secondarie” in nuove costruzioni	»	73
2.4. Bibliografia	»	77
3. Calcolo dell’armatura e verifiche	»	79
3.1. Verifiche a punzonamento	»	79
3.1.1. Risposta della connessione piastra-colonna e punzonamento	»	80
3.1.1.1. Valutazione del momento sulle connessioni	»	81
3.1.1.2. Momento massimo della connessione	»	85
3.1.2. Modelli	»	88
3.1.3. Verifiche di normativa	»	91
3.1.3.1. Calcolo delle sollecitazioni	»	92
3.2. Armatura trasversale	»	103
3.2.1. Resistenza a punzonamento e armatura trasversale	»	103
3.2.1.1. Resistenza in assenza di armatura trasversale.....	»	103
3.2.1.2. Resistenza a punzonamento in presenza di armatura trasversale	»	103
3.2.1.3. Serie radiali in disposizioni secondo circonferenze: distanza circonferenziale	»	104
3.2.1.4. Serie radiali in disposizioni a croce: distanza circonferenziale	»	104
3.2.1.5. Serie radiali: disposizioni generali	»	104
3.2.2. Tipologie di armature trasversale	»	105
3.2.3. Resistenza a taglio dell’interfaccia tra due getti	»	110
3.2.3.1. Analisi delle sollecitazioni.....	»	110

3.2.3.2.	Resistenza e armatura minima	»	111
3.2.3.3.	Elementi con armatura trasversale a taglio	»	113
3.3.	Armatura longitudinale	»	113
3.3.1.	Calcolo dell'armatura per flessione e torsione	»	113
3.3.1.1.	A) Il caso generale di flessione doppia positiva	»	113
3.3.1.2.	B) Il caso della doppia flessione negativa con forte torsione	»	115
3.3.1.3.	C) Il caso di flessione negativa in una direzione con debole torsione	»	116
3.3.1.4.	D) Il caso della flessione fortemente negativa	»	116
3.3.1.5.	Sintesi delle diverse situazioni flessionali	»	117
3.3.1.6.	Calcolo dell'armatura	»	119
3.3.2.	Prescrizioni normative	»	119
3.4.	Dettagli costruttivi	»	119
3.4.1.	Armatura sugli appoggi interni	»	119
3.4.2.	Armatura sugli appoggi laterali e d'angolo	»	120
3.4.3.	Bordo libero	»	121
3.5.	Bibliografia	»	122
4.	Prove di laboratorio e analisi numeriche	»	125
4.1.	Introduzione	»	125
4.2.	Prove con carichi concentrati (P2): sperimentazione ed analisi	»	126
4.2.1.	Descrizione della prova	»	126
4.2.1.1.	Procedura di prova	»	129
4.2.2.	Risultati delle prove sperimentali	»	134
4.2.3.	Descrizione del modello numerico	»	164
4.2.4.	Risultati delle analisi numeriche	»	166
4.2.4.1.	Prova di flessione su tre punti, Slab 1	»	166
4.2.4.2.	Prova di flessione su 4 punti, Slab 1	»	171
4.2.5.	Confronto tra risultati sperimentali e numerici	»	175
4.2.5.1.	Prova Slab 1 con carico al centro (P2-1F)	»	175
4.2.5.2.	Prova Slab 1 con flessione su quattro punti (2F)	»	180
4.2.5.3.	Prova Slab 4-5-6 con carico concentrato P2-1F	»	184
4.2.6.	Commento dei risultati	»	184
4.3.	Prove con carichi concentrati: risultati sperimentali	»	185
4.3.1.	Campioni sperimentali	»	185
4.3.2.	Risultati sperimentali	»	189
4.3.2.1.	Modalità di rottura	»	190

4.3.2.2.	Resistenza a taglio in funzione della percentuale di armatura trasversale	»	190
4.3.3.	Confronto delle prove sperimentali con modelli EC2 e ACI318 .	»	190
4.3.3.1.	Resistenza a punzonamento (modo rottura I)	»	192
4.3.3.2.	Resistenza a taglio (modo rottura II)	»	193
4.3.3.3.	Confronto con dati sperimentali.....	»	194
4.4.	Prove con carico laterale	»	201
4.4.1.	Descrizione della prova	»	201
4.4.1.1.	Campioni di prova.....	»	201
4.4.1.2.	Schema di prova	»	201
4.4.2.	Risultati sperimentali	»	208
4.4.3.	Modellazione	»	216
4.4.3.1.	Modello tridimensionale ad elementi finiti	»	216
4.4.3.2.	Modello discreto per solai a piastra	»	224
5.	Conclusioni	»	233
5.1.	Risposta strutturale e inquadramento normativo delle piastre U-Boot Beton®	»	233
5.2.	Progetto sismico delle strutture a piastra	»	235
5.3.	Verifiche a punzonamento, calcolo e disposizione delle armature	»	234
5.4.	Trasferimento bidirezionale dei carichi e resistenza a taglio di piastre alleggerite U-Boot Beton®	»	235
5.5.	Risposta sismica di piastre alleggerite U-Boot Beton®	»	235
Appendice –	Fessurazione piastre	»	237

Prefazione

Mai come nell'ultimo periodo abbiamo assistito, soprattutto a livello internazionale, ad un proliferare di progetti che propongono opere dalle forme architettoniche inusuali se non "ardite" e che comportano sistemi strutturali di elevata complessità e impegno statico.

In tale contesto la piastra alleggerita, con i suoi numerosi vantaggi tecnici (minimi spessori, grandi luci, maglie irregolari dei pilastri sia in pianta che in elevazione, qualità della finitura superficiale, planarità dell'intradosso, assenza di travi ribassate, sistema flessibile capace di "accettare" modifiche significative, produzioni in sito elevate, superamento di problematiche organizzative e logistiche del cantiere) offre soluzioni davvero molto apprezzate dal progettista.

Oggi, i solai alleggeriti a portanza bidirezionale eseguiti completamente in opera risultano certamente favoriti dalla presenza di strumenti di modellazione e calcolo molto efficaci, moderni sistemi di cassetatura (che hanno ridotto il costo elevato legato al posizionamento e al successivo disarmo degli impalcati provvisori) nonché dalla disponibilità della tecnologia U-Boot Beton® la cui gamma di alleggerimenti consente il facile dimensionamento di qualsiasi orizzontamento.

Sebbene alla piastra alleggerita vengano riconosciuti numerosi vantaggi, ci siamo accorti però che la scarsa familiarità dei progettisti con lo schema a piastra bidirezionale rende talvolta difficoltosa l'adozione di questa soluzione.

Non deve stupire quindi se il primo ringraziamento per quest'opera va rivolto proprio a quei professionisti che con i loro dubbi, le loro domande e la loro analisi critica ci hanno stimolato ad intraprendere questo lavoro. Abbiamo capito quanto fosse importante poter dare risposte chiare e puntuali ma ancor più poter "parlare con i fatti" mediante una importante campagna di prove sperimentali.

Un ringraziamento particolare va, ovviamente, al prof. D. Coronelli, all'ing. L. Martinelli ed all'ing. F. Foti, team del Politecnico di Milano attraverso il quale si è voluto affrontare in modo autorevole, rigoroso e indipendente la materia cercando di dare risposta ai dubbi che venivano sollevati. Grazie al loro lavoro si è tentato di colmare, o quantomeno chiarire su basi scientifiche e sperimentali, alcuni vuoti presenti in letteratura tecnica aumentando la confidenza del progettista verso questa importante tipologia strutturale.

Un ultimo ringraziamento, non certamente minore per importanza, va agli ingegneri e al personale della Daliform Group che hanno contribuito a rendere possibile questo progetto.

Dott. Antimo Riccardo Albertini
Presidente Daliform Group S.r.l.

Premessa

La crescente diffusione della progettazione delle piastre in calcestruzzo armato nasce dalle ottime prestazioni strutturali, dalla rapidità costruttiva e dai vantaggi funzionali ed economici propri di questa tipologia.

I sistemi di piastre con alleggerimenti si pongono in modo naturale nello sviluppo della tecnica relativa alle piastre in calcestruzzo armato dato che ne mantengono le caratteristiche positive sopra elencate arricchendole con una riduzione del peso proprio, con evidenti vantaggi per il progetto delle fondazioni ed il miglioramento della risposta sismica. Questo ultimo aspetto riveste importanza particolare alla luce dell'aggiornamento della normativa italiana e degli sviluppi di quella europea.

Il lavoro qui presentato si inserisce all'interno di una serie di studi e ricerche, svolti presso il Politecnico di Milano¹, sulla risposta strutturale e la progettazione dei sistemi a piastra.

In questo studio, che è dedicato al sistema a piastra con alleggerimenti U-Boot Beton[®], vengono anzitutto descritte le basi concettuali, costruttive e strutturali dei sistemi a piastra alleggerita. Successivamente, ne viene studiata la risposta sismica all'interno del sistema normativo dell'Eurocodice 8 e della normativa nazionale italiana, con collegamenti alla normativa statunitense ACI 318 quando necessario. Vengono inoltre approfondite le verifiche necessarie per il progetto.

Lo studio include i risultati di un ampio programma sperimentale, condotto presso il Politecnico di Milano, che evidenziano l'ottima risposta bidirezionale degli elementi a piastra alleggerita e le efficienti prestazioni in presenza di azioni sismiche. I risultati sperimentali presentati sono stati affiancati da modellazioni numeriche avanzate.

Il complesso dei risultati dedotti dalla sperimentazione fisica e numerica costituisce una solida base per la comprensione e la progettazione dei sistemi a piastra alleggerita per carichi gravitazionali e sismici.

Gli Autori desiderano ringraziare la dr.sa Gabriela Dascalu, PhD dell'Università Tecnica Gheorghe Asachi di Iasi (Romania) per la collaborazione nella preparazione dei modelli agli elementi finiti presentati nel testo, svolta nell'ambito della sua più generale collaborazione alle ricerche in corso in tema di piastre in calcestruzzo armato.

L'ing. Elisa Barbarelli ha dato un prezioso contributo alle analisi numeriche ed alle prove sperimentali descritte, nel corso della Tesi di Laurea Magistrale presso il Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale del Politecnico di Milano. L'allievo ingegnere Davide Prandini ha collaborato nell'allestimento delle prove e nella raccolta dei dati sperimentali.

Un ringraziamento particolare ai professori Federico Perotti e Roberto Felicetti del Po-

¹ Gambarova P., Coronelli D., Bamonte P., (2007) Linee Guida per la progettazione delle piastre in C.A., Patron Editore.

l'itcnico di Milano per la discussione dell'indirizzo della ricerca e l'impostazione delle prove sperimentali.

Dario Coronelli
Francesco Foti
Luca Martinelli

Milano, febbraio 2015

1. Descrizione della tipologia strutturale

1.1. Piastre alleggerite: inquadramento generale

Nel panorama dell'Architettura e dell'Ingegneria contemporanea si evidenzia l'importanza che il solaio a piastra ha assunto nel mondo delle costruzioni, grazie alla peculiarità di essere un orizzontamento con ottime prestazioni strutturali, capace di adattarsi a schemi di appoggio molto irregolari e staticamente impegnativi (figura 1.1, figura 1.2). Lo sviluppo più recente dell'utilizzo delle piastre è motivato da una combinazione di vantaggi progettuali e costruttivi. La possibilità di realizzare solai ad intradosso piano costituisce dal punto di vista costruttivo una semplificazione notevole della cassetta, consentendo lavorazioni più celeri ed economiche, anche grazie a casseforme con elevate prestazioni tecnologiche. Dal punto di vista architettonico l'intradosso piano rende agevole il passaggio degli impianti e offre una migliore estetica. Sempre nel campo architettonico, la possibilità strutturale di disporre appoggi in modo irregolare è garantita dal meccanismo di trasferimento dei carichi multidirezionale delle piastre. Il minore ingombro delle strutture a piastre rispetto a soluzioni con travi estradossate porta ad un risparmio di volume particolarmente vantaggioso negli edifici alti.

L'essenza del comportamento della piastra rispetto ad una trave consiste nello sviluppo di un'azione combinata di flessione, torsione e taglio all'interno di un elemento piano. Ciò fa sì che, mentre nella trave il trasferimento dei carichi avviene nel piano dell'impalcato con traiettoria rettilinea lungo l'asse della trave, in una piastra tale trasferimento avviene lungo percorsi ortogonali incurvati dallo sviluppo della torsione (figura 1.3).

I solai a piastra alleggeriti rappresentano un'evoluzione del sistema, che unisce alle prestazioni strutturali proprie di questa tipologia la riduzione del peso proprio e della quantità di materiale utilizzato. Essa si realizza creando dei vuoti, disposti secondo una maglia regolare, all'interno dello spessore della soletta (figura 1.4). Ad esempio, nel caso dell'utilizzo degli alleggerimenti U-Boot Beton[®], impiegati come casseri a perdere, le sezioni resistenti delle piastre alleggerite possono essere visualizzate come un insieme di due solette sottili all'estradosso ed intradosso e di fasce ortogonali di connessione fra le due solette. Il meccanismo resistente per flessione e torsione tipico delle piastre, sia piene che alleggerite, si sviluppa attraverso sollecitazioni di compressione e trazione agenti nelle solette di calcestruzzo e nelle armature all'estradosso ed intradosso. L'intera sezione di calcestruzzo trasferisce il taglio trasversale al piano.

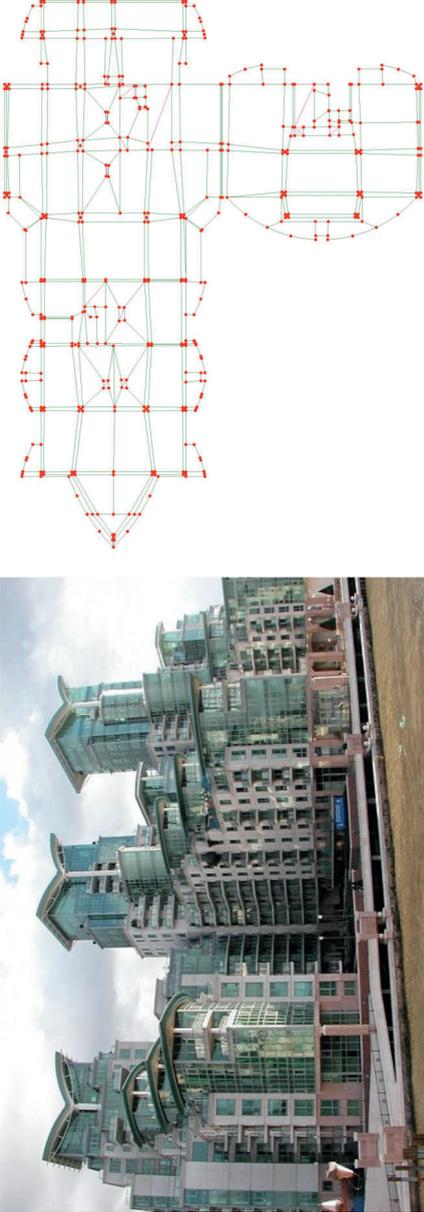


Figura 1.1. Piastre su appoggi irregolari: St. George's Wharf Development (Londra): (a) vista prospettica; (b) pianta dei solai (immagine cortesia di LUSAS)



Figura 1.2. Piastre con asole circolari: Polo de Cecco (Pescara) progetto architettonico M. Fuksas: (a) vista prospettica; (b) pianta solai a piastra

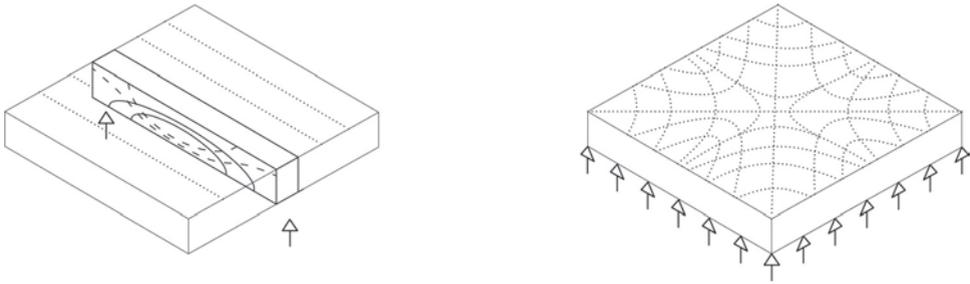


Figura 1.3. Confronto sintetico della risposta di travi e piastre, linee isostatiche degli sforzi principali

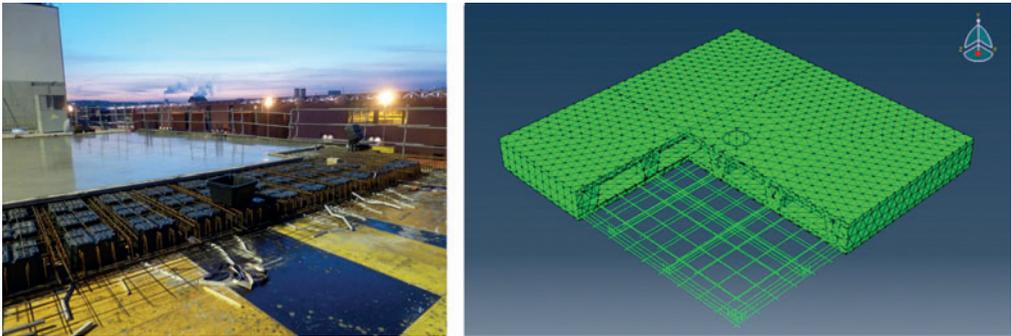


Figura 1.4. Configurazione di un solaio a piastra alleggerito: carpenteria e getto; modello digitale

Le solette così realizzate permettono un notevole risparmio di calcestruzzo e di acciaio d'armatura grazie alla rilevante diminuzione del peso proprio del solaio rispetto a quanto si avrebbe nel caso di una soletta piena di pari spessore. Per questo motivo le piastre alleggerite rappresentano un efficace compromesso tra rigidità e leggerezza e sono particolarmente adatte a luci medio-grandi. Infatti, grazie ai vuoti all'interno della piastra si possono raggiungere elevate altezze utili mantenendo però il peso proprio molto al di sotto di quello che avrebbe una soletta piena di pari altezza utile, penalizzando pochissimo la rigidità della struttura. Questa riduzione del peso proprio delle strutture orizzontali, attuabile con l'utilizzo delle piastre alleggerite, è altresì molto vantaggiosa nel progetto sismico per la conseguente notevole riduzione delle masse sismicamente eccitabili degli impalcati.

La progettazione delle piastre alleggerite corrisponde a quella delle piastre. È possibile creare diverse configurazioni, a seconda della geometria delle parti piene dove non vengono posizionati gli alleggerimenti, realizzando delle zone piene vicino ai pilastri oppure delle fasce piene a collegare i pilastri (figura 1.5). In entrambi i casi le superfici di intradosso ed estradosso rimangono piane.

Maggiore è il numero di nervature all'interno di un campo di piastra, migliore è l'equivalenza con la piastra piena. Un criterio progettuale richiede un minimo di 6-8 nervature in ciascuna direzione per ciascun campo di piastra (Park e Gamble, 2000).

L'utilizzo delle piastre piene o alleggerite nelle costruzioni è ormai una pratica consolidata in Europa e nel resto del mondo, supportata in letteratura tecnica da estese trattazioni e da una vasta gamma di manualistica. Si rimanda, fra gli altri, alle opere pubblicate in Gran Bretagna (Wood, 1961), Germania (Leonhardt, 1972), Svizzera (Favre et al., 1994) e nei paesi scandinavi (Nielsen, 1984). Una sintesi completa dei moderni approcci di analisi e di progetto delle piastre è fornita dal testo di Park e Gamble (Park e Gamble, 2000).

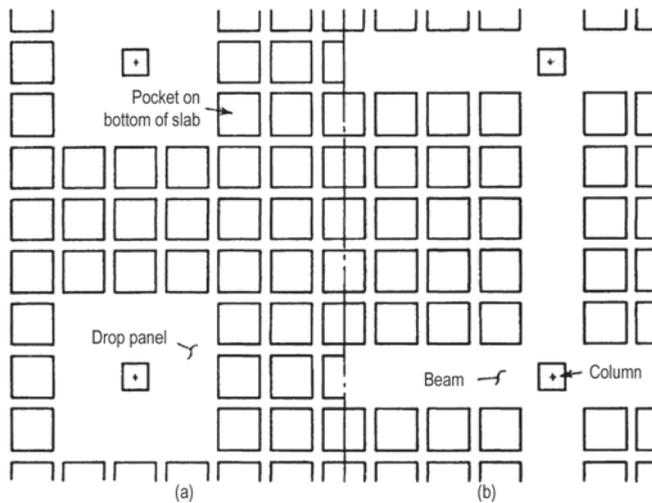


Figura 1.5. Piastre alleggerite, alternative per la disposizione delle zone di getto pieno, attorno al pilastro e fasce di collegamento tra i pilastri [Park e Gamble, 2000]

Diverse normative nazionali dedicano ampie sezioni alla progettazione di queste tipologie di strutture, che sono confluite nell'Eurocodice 2 e nella norma ACI318. Quest'ultima in particolare dedica una trattazione specifica al progetto sismico delle piastre su pilastri (le cosiddette *flat slabs*).

1.2. Il sistema costruttivo del solaio a piastra alleggerita nel suo sviluppo storico

Lo scopo di questa sezione introduttiva è quello di dimostrare che la definizione dei moderni modelli di calcolo dei solai a piastra alleggeriti si colloca, con la sua potente capacità rappresentativa del comportamento di questo sistema costruttivo, nel punto temporalmente più vicino a noi di una linea di studi teorico-pratici che va molto indietro nel tempo.

Questo breve *excursus* è di fondamentale importanza per evidenziare il *background* sul quale nasce l'innovativo sistema di alleggerimento U-Boot Beton®.

1.2.1. Le origini

Le origini del sistema a piastra possono essere ricondotte, in Europa, ai lavori Robert Maillart, mentre, per quanto riguarda gli Stati Uniti, si può fare riferimento agli studi di Claude Allen Porter Turner (Gasparini, 2002; Zago, 1972).

Durante il 1908 Maillart focalizzò i suoi studi e sperimentazioni sulla possibilità di realizzare impalcati in calcestruzzo armato senza l'utilizzo di travi. In quegli anni gli edifici in calcestruzzo



Figura 1.6. Il primo “solaio a fungo” utilizzato da Maillart per il magazzino Giesshübel a Zurigo nel 1910 [© Chriusha (Χρjουσα)/CC-BY-SA-3.0/Wiki-media Commons]

armato venivano costruiti secondo i metodi di progettazione delineati da François Hennebique (1842-1921), vale a dire con telai con pilastri e travi primarie, su cui poggiavano travi secondarie e quindi le solette.

Maillart eliminò completamente le travi, poggiando i solai direttamente sulle colonne, le quali presentavano la sommità allargata a guisa di capitello, per migliorare la risposta a taglio e flessione, caratterizzata da picchi di sollecitazione in corrispondenza degli appoggi. Maillart iniziò a testare questo sistema costruttivo nel 1908 con diversi modelli in scala 1:1, lo brevettò nel gennaio del 1909 e lo utilizzò per la prima volta nel 1910 nella costruzione del magazzino Giesshübel a Zurigo (figura 1.6).

Il sistema si rivelò un successo perché l’eliminazione delle travi, oltre ad un pregio estetico, portava con sé dei vantaggi operativi in fase esecutiva (si evitava di dover realizzare i casseri per le travi), e consentiva una altezza libera maggiore. Data la particolare conformazione dei capitelli questa tipologia di impalcato in soletta piena venne presto conosciuta come “solaio a fungo” (*mushroom slab*).

Tuttavia Maillart non fu il solo ad avere questa idea. In modo del tutto indipendente negli Stati Uniti, già dal 1905, Turner stava facendo sperimentazioni con “colonne a fungo”.

Il sistema di solaio a fungo ideato da Turner risultava armato lungo quattro direttrici: le due longitudinale e trasversale e le due diagonali (figura 1.7). Egli lo utilizzò per la prima volta nel 1906 per la costruzione di un edificio di cinque piani: il Johnson Bovey Building a Minneapolis (oggi demolito). Nel 1906 utilizzò ancora il sistema per il Palazzo Marshall a Milwaukee, in Wisconsin. Questo edificio esiste ancora oggi ed è stato designato *Engineering Landmark* dalla ASCE nel 2002.

Turner presentò istanza di un brevetto per il suo sistema costruttivo l’11 giugno 1907 ed il brevetto fu rilasciato il 12 settembre 1911 (US patent n. 1.003.384). Sia Maillart che Turner, in seguito, utilizzarono con successo il loro sistema per la costruzione di numerose solette in calcestruzzo armato impiegate negli impalcati da ponte.

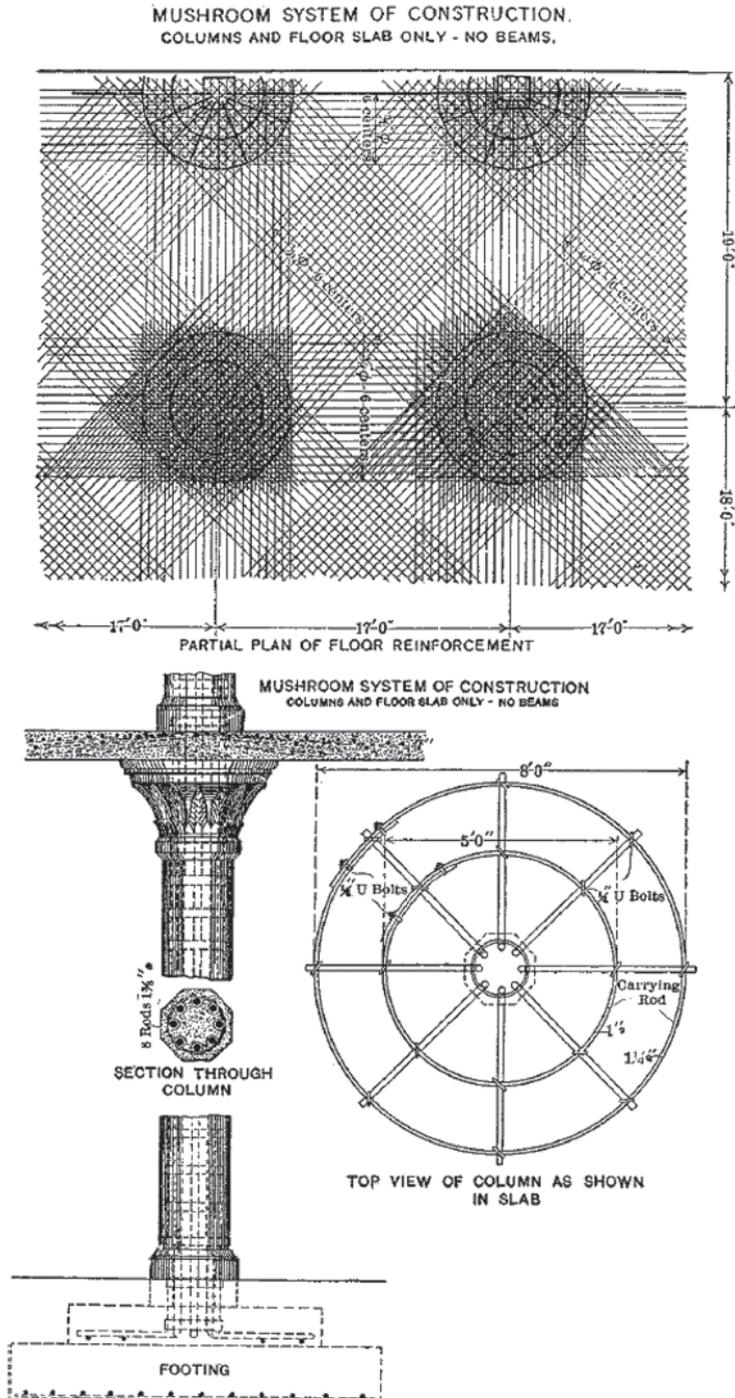


Figura 1.7. Il "soffitto a fungo" in calcestruzzo armato secondo la concezione di Turner [immagine tratta da (Gasparini, 2002)]

Era chiaro che il fermento culturale legato alla diffusione del calcestruzzo armato era fecondo. Infatti, in Russia, Artur Ferdinandovich Loleit sviluppò, indipendentemente, un analogo sistema di soletta piena armata secondo due direzioni ortogonali, su pilastri con capitello (a fungo), e nel 1907 lo utilizzò nella costruzione della fabbrica tessile Bogorodsk Glukhovskoy nei pressi di Mosca.

La moderna comprensione del funzionamento strutturale delle piastre è espressa dalla progettazione di Pierluigi Nervi in numerosi progetti quali ad esempio il Lanificio Gatti (figura 1.8), il Palazzo del Lavoro a



Figura 1.8. Piastra nervata lungo le direzioni principali di sforzo, Pierluigi Nervi, Lanificio Gatti

Torino, la sede dell'Unesco a Parigi, espressioni della tipologia della piastra nervata. La presenza del momento torcente assieme alla flessione comporta la rotazione delle direzioni principali lungo cui vengono trasferiti i carichi, a descrivere le traiettorie disegnate dalle nervature del progetto di Nervi (Mainstone, 1975; Halpern et al. 2013; Zago, 1972).

1.2.2. La necessità dell'alleggerire

L'esigenza di alleggerire è chiaramente una istanza che non arriva molto dopo la domanda di coprire grandi luci. È interessante un *excursus* nel mondo delle costruzioni storiche.

Sin dall'epoca romana uno dei primi metodi utilizzati per alleggerire le chiusure orizzontali di grande luce consisteva nella variazione del materiale utilizzato. Si realizzavano, ad esempio, volte a botte in *opus caementicium* con nervature in mattoni di forma triangolare (*semilateres cocti*) o quadrata (*bessalis*), oppure si costruivano cupole i cui primi corsi, in basso, erano in mattoni di laterizio, mentre verso l'alto venivano, man mano, sostituiti da corsi in blocchi di calcarenite per giungere in sommità all'impiego della più leggera pietra vulcanica.

Il Pantheon (ricostruito, nella configurazione che conosciamo, tra il 118 e il 128 d.C.) fu una delle prime opere in cui venne eretta una cupola la cui struttura in *opus caementicium* era realizzata con *caementae* mescolati alla malta, via via più leggeri man mano che si procedeva verso l'alto: dalle scaglie di mattoni per lo strato più vicino al tamburo cilindrico, salendo si trova calcestruzzo con scaglie di tufo, mentre nella parte superiore, nei pressi dell'oculo, si trova calcestruzzo confezionato con inerti tradizionali, miscelati a pomice vulcanica macinata (figura 1.9a).

La cupola del Pantheon, del diametro di 43.4 m, fu il prototipo delle cupole che vennero costruite nei secoli successivi in tutta Europa e nel Mediterraneo.

Le tecniche di alleggerimento delle volte e delle cupole presso i romani si perfezionarono ulteriormente con metodologie e pratiche che si ritrovano pressoché identiche fino in epoca rinascimentale, ed anche più tardi, come si vedrà, nei primi anni dell'800, agli albori della diffusione del calcestruzzo armato moderno.

In concomitanza con l'aumentare delle luci delle volte e delle cupole, si idearono presto dei veri e propri dispositivi di alleggerimento che precorrono l'idea moderna del cassero a perdere. Si tratta sostanzialmente di veri e propri vasi con coperchio (detti *olle*) oppure anfore in terracotta (dette anche *pignatte*), che venivano inserite vuote nella compagine dell'*opus caementicium* allo scopo di creare, appunto, dei vuoti di alleggerimento all'interno della tessitura muraria.

Questa tecnica costruttiva era abbastanza diffusa e se ne trovano testimonianze in vari edifici, fra i quali uno dei più famosi è il mausoleo di Elena fatto erigere a Roma dall'imperatore Costantino I tra il 326 e il 330 d.C. Le olle oggi visibili nei resti del mausoleo hanno dato origine al nome di *Torpignattara* (cioè Torre delle pignatte) con il quale è conosciuto il mausoleo.

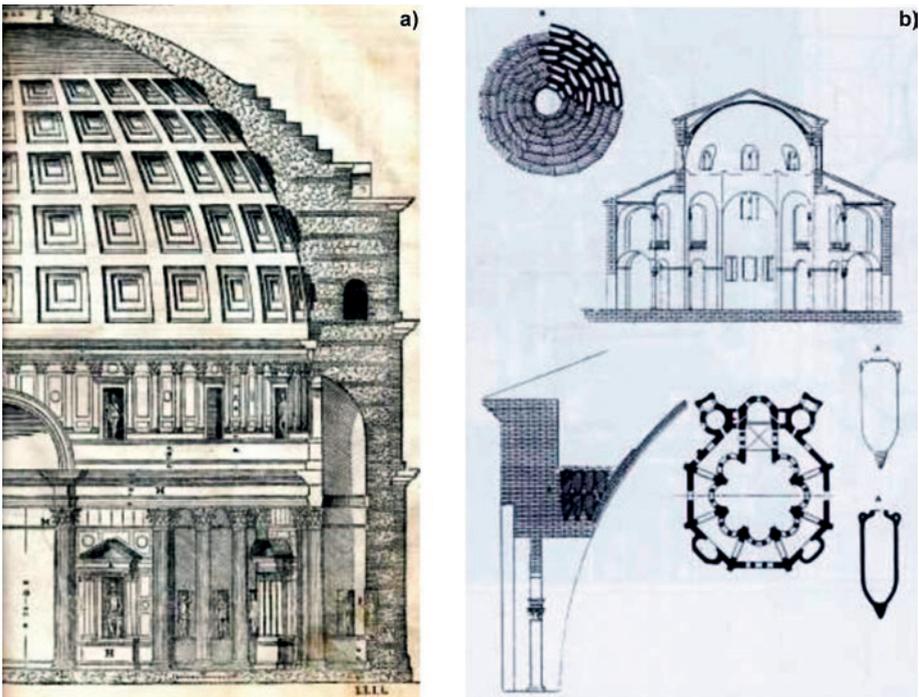


Figura 1.9. (a) Sezione della cupola del Pantheon – Tratto da Andrea Palladio, *I quattro libri dell'architettura*, (1570). (b) Pianta e sezione della cupola di San Vitale a Ravenna (525-547 d.C.) con indicata la disposizione dei "tubi fittili" nella cupola [immagine tratta da (Di Pasquale, 1996)]

Giovanni Battista Piranesi in una delle sue celebri incisioni delle antichità romane, accanto alla pianta del mausoleo di Elena, riporta il rilievo delle pignatte e scrive nelle annotazioni a fondo tavola: «Una delle pille di creta cotta alte palmi quattro le quali sono internate nel muro».

Un altro espediente molto diffuso per l'alleggerimento delle cupole era l'utilizzo dei cosiddetti "tubi fittili". Cioè elementi cilindrici cavi in terracotta aventi la forma di una bottiglia senza fondo. Essi in genere venivano infilati l'uno dentro l'altro per realizzare i pluviali, ma potevano essere disposti in modo tale da creare un filare di tubi in grado di descrivere il profilo di un cerchio, mentre la forma conica della gola consentiva la libertà di movimento necessaria fra i tubi perché potessero essere disposti secondo la curva di un arco o di una volta.

La tecnica per l'alleggerimento delle volte o delle cupole consisteva quindi, di nuovo, nell'inserimento nel conglomerato cementizio di veri e propri casseri a perdere: cioè i tubi fittili infilati uno dentro l'altro. Un esempio famoso è la cupola della Basilica di San Vitale a Ravenna (figura 1.9b).

Francesco Di Giorgio Martini nel suo *Trattato di architettura civile e militare* scriveva che gli "antichi" per diminuire i carichi delle coperture gravanti sui muri di sostegno costruivano le volte utilizzando dei vasi vuoti in terracotta. Egli forniva anche uno schizzo di come si poteva costruire una volta a botte utilizzando degli elementi di laterizio cavi di forma tronco conica che venivano denominati *tomboli* o *cannoli*.

Questo espediente per alleggerire le volte era molto diffuso. A seconda delle diverse aree geografiche gli elementi di alleggerimento assumevano nomi diversi, ma si può dire che il loro impiego si protrasse con una tecnica sostanzialmente invariata sino in epoca moderna.

Ad esempio, in Gran Bretagna Sir John Soane utilizzò dei vasi con un'estremità di forma quadrata e l'altra circolare denominati *mattoni a bottiglia* (*hollow-core terracotta pots*) per la costruzione delle coperture di alcuni ambienti della Banca d'Inghilterra a Londra (South and South-East Transfer Offices, 1817-23).

È chiaro che l'alleggerimento di un sistema voltato in cui le forze confluiscono al suolo, attraverso le strutture verticali di supporto, sostanzialmente mediante un meccanismo "ad-arco" risulta concettualmente più semplice dell'alleggerimento di un orizzontamento piano. Ed è per questo che per quel che riguarda l'unità strutturale definita come *chiusura orizzontale*, sia essa di copertura, intermedia, o di base, cioè rispettivamente parte dell'involucro, partizione dello spazio interno o elemento di separazione dal sedime di fondazione, le tecniche e le tipologie di alleggerimento fanno parte della storia più recente.

1.2.3. Verso il paradigma della soletta alleggerita

È chiaro che nella storia delle tecniche costruttive l'introduzione della piastra, con la conseguente possibilità di sfruttare la risorsa statica del comportamento bidirezionale, rappresenta una vera e propria svolta. Questa grande innovazione nei sistemi strutturali avviene parallelamente all'altra grande rivoluzione rappresentata dalla diffusione del calcestruzzo armato.

Una volta che si dischiusero tutte le potenzialità del calcestruzzo moderno, non passò molto tempo che riprese a farsi sentire l'istanza della leggerezza. Proprio come avvenne per le volte e le cupole romane, si iniziò a studiare la possibilità di introdurre dei casseri a perdere all'interno dello spessore delle solette, forse memori della antica lezione romana, ma questa volta con il supporto di una ormai avanzata conoscenza del comportamento statico del calcestruzzo armato e delle piastre.

D'altro canto, l'introduzione di casseri a perdere vuoti nel conglomerato cementizio garantiva non solo leggerezza e quindi minori carichi dovuti al peso proprio e possibilità di luci maggiori a parità di carico d'esercizio, ma anche, cosa non meno importante, un notevole risparmio di materiale.

In un articolo del 1968 pubblicato sul numero di febbraio dell'ACI Journal, l'ing. Edgar H. Hendler scrive: «*This brief article will introduce to American engineers a relatively new method of concrete flat plate construction using a cellular, or hollow design*»¹. Il metodo relativamente nuovo a cui fa riferimento Hendler era il cosiddetto *Stahlbeton-Zellenplatte* ideato dall'ingegnere tedesco Leopold Müller di Heidelberg nel 1967.

Egli riporta delle fotografie di un solaio tipico, con gli alleggerimenti interposti di plastica, nella fase prima del getto e una pianta ed una sezione tipica per descrivere questo cosiddetto sistema di soletta alveolare (*cellular flat plate system*). Si vedano le immagini di figura 1.10 e figura 1.11.

Hendler mette subito in evidenza i pregi di questa concezione rispetto ad altri sistemi che allora erano già abbastanza diffusi, come la cosiddetta *waffle slab*, cioè una lastra con intradosso a cassettoni. Essi consistono nel fatto che la soletta inferiore continua permette di sfruttare appieno i vantaggi della bi-dimensionalità: il solaio non si comporta come un graticcio di travi, ma è staticamente equivalente ad una soletta piena.

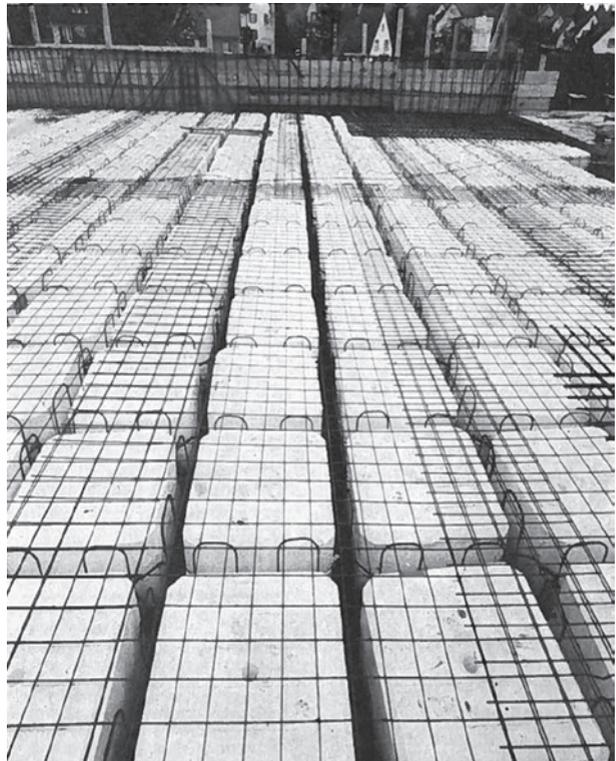


Figura 1.10. Uno dei primi utilizzi di alleggerimenti in plastica impiegati nel 1965 [immagine tratta da (Hendler, 1968) riprodotta con autorizzazione dell'American Concrete Institute]

¹ «Questo breve articolo presenta agli ingegneri americani un metodo relativamente nuovo per la costruzione di solette in calcestruzzo che utilizza un sistema cellulare, o a vuoti».

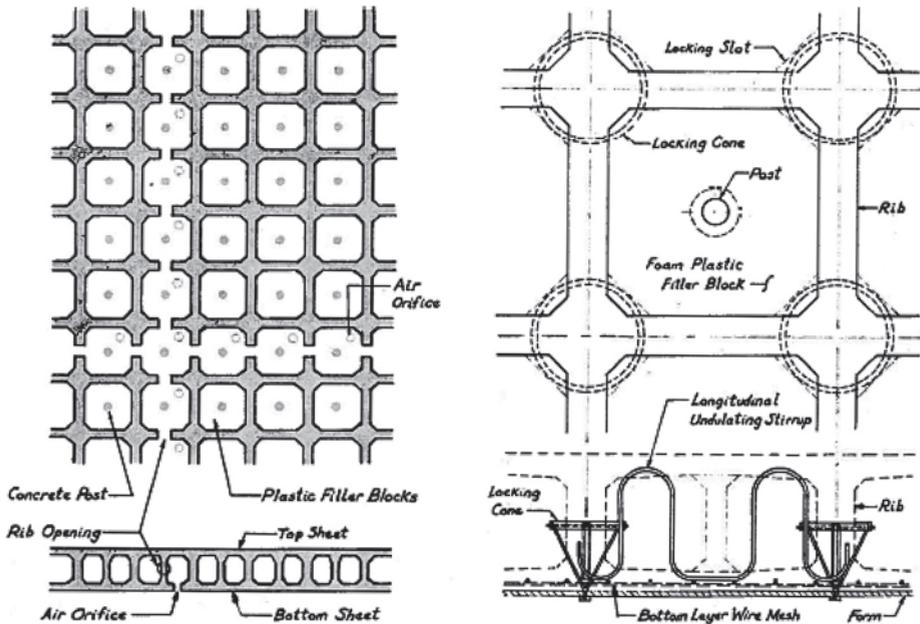


Figura 1.11. Geometria di un solaio alleggerito con interposti in plastica impiegati nel 1965 [immagine tratta da (Hendler, 1968) riprodotta con autorizzazione dell'American Concrete Institute]

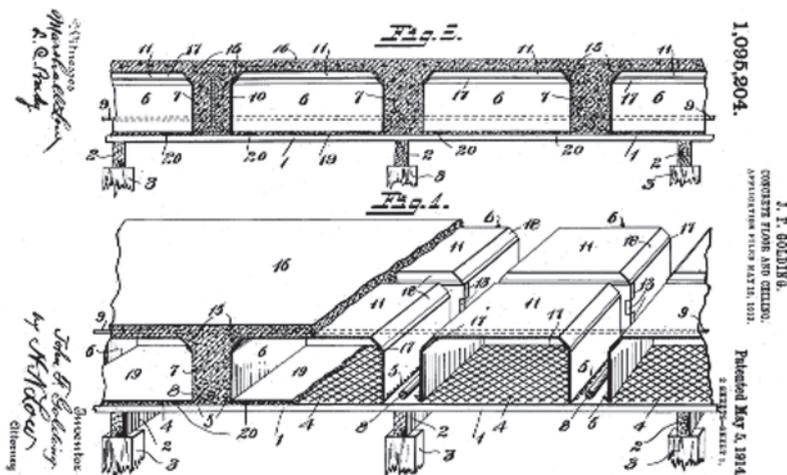


Figura 1.12. Concrete floor and ceiling utilizzato da John F. Golding nel 1913 [immagine tratta dal sito <http://www.freepatentsonline.com/1095204.html>]

Rispetto ad una *waffle slab* quindi, scrive ancora Hendler, questa nuova tipologia strutturale può essere utilizzata su campate di luce quasi doppia, a parità di spessore di solaio e di carichi accidentali.

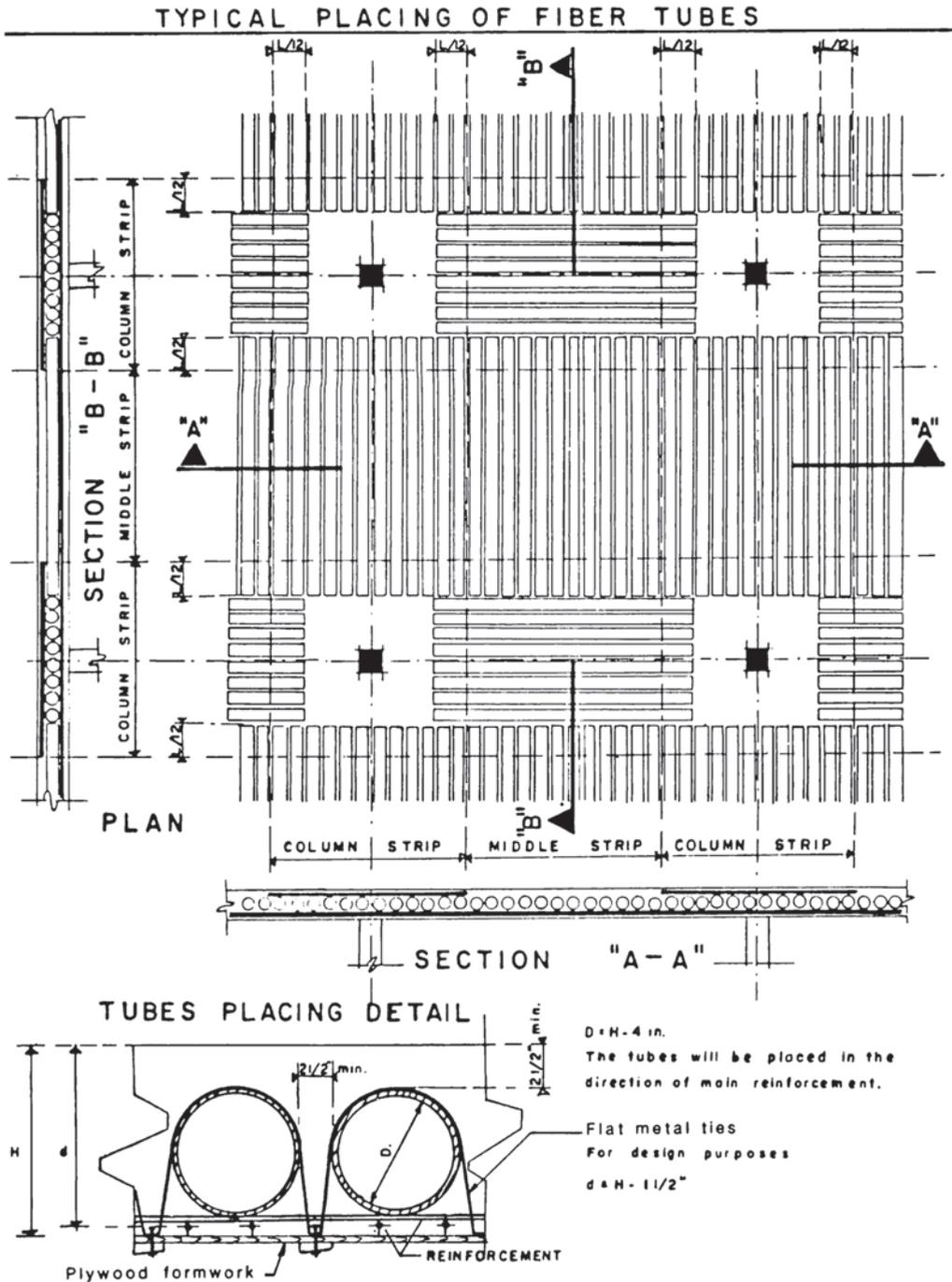


Figura 1.13. Solai alleggeriti con tubi in fibra – Security Pacific National Bank, Brea, California
 [immagine tratta da (Benet, Williams, 1983) riprodotta con autorizzazione dell'American Concrete Institute]

Inoltre Hendler descrive i pregi estetici di un intradosso continuo ed intonacabile, oltre ai vantaggi che si stavano registrando in numerose sperimentazioni di quegli anni in termini di isolamento acustico e di resistenza al fuoco.

Si è visto già che la questione delle origini di questo sistema di casseri a perdere è alquanto sfuggente. Essi si agganciano alla lunga tradizione di alleggerimenti per solai, volte e cupole che arriva sino all'epoca romana. Per analogia il sistema di Müller ha dei precedenti, brevemente descritti nel seguito.

L'inventore americano John F. Golding brevettò nel 1913 un solaio in calcestruzzo armato con alleggerimenti interposti (*boxes*) in metallo (figura 1.72).

Golding nel suo brevetto specificava che per boxes intendeva qualsiasi dispositivo adatto a produrre dello spazio vuoto fra il pavimento e il soffitto nello spessore del solaio. Tuttavia lui stesso precisava che rispetto ad altre forme di alleggerimenti, come ad esempio quelli a tunnel, era preferibile la forma scatolare perché consentiva di avvantaggiarsi del comportamento bi-direzionale della soletta in calcestruzzo armato.

Un altro esempio interessante con utilizzo di alleggerimenti in tubi di fibra in anni recenti è rappresentato dai solai alleggeriti utilizzati nel centro operativo della Security Pacific National Bank a Brea in California realizzato nei primi anni '80 del secolo scorso. In figura 1.13 è riportata la pianta della maglia tipica. Si noti che nella definizione planimetrica della disposizione degli alleggerimenti tubolari il comportamento bidirezionale è colto nel collegamento dei pilastri lungo le due direzioni ortogonali. Inoltre si è prestato attenzione a lasciare un'opportuna fascia piena attorno alle colonne funzionale alla sopportazione dei picchi di taglio e del punzonamento (si veda anche il particolare riportato in figura 1.14).

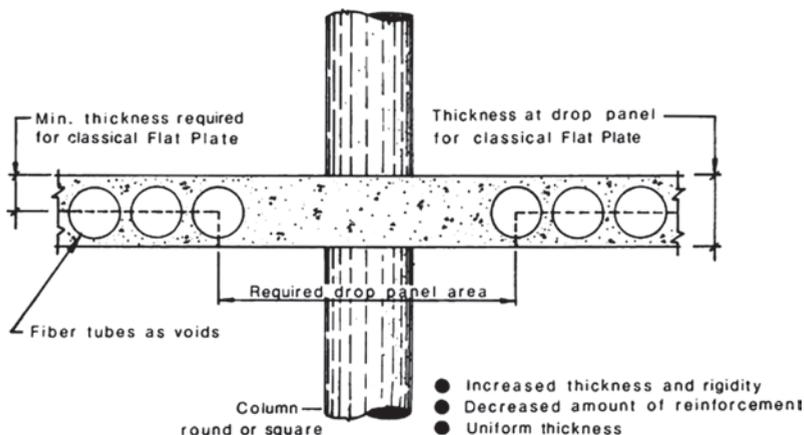


Figura 1.14. Fascia piena anti-punzonamento – Security Pacific National Bank, Brea, California
[immagine tratta da (Benet e Williams, 1983) riprodotta con autorizzazione dell'American Concrete Institute]

Questo breve resoconto storico-critico potrebbe continuare a lungo ma, per gli scopi che ci si è prefissati in questa sede, è sufficiente fermarsi qui, e saltare a piè pari direttamente al 2001, anno in cui viene brevettato l'U-Boot Beton®.

Solai alleggeriti in calcestruzzo armato soggetti ad azioni gravitazionali e sismiche

single



H CM

H 10	H 24
H 13	H 26
H 16	H 28
H 18	
H 20	
H 22	

u-boot[®]beton[®]

double



H CM

H 20	H 33	H 41	H 56
H 23	H 34	H 42	
H 26	H 35	H 44	
H 28	H 36	H 46	
H 29	H 37	H 48	
H 30	H 38	H 50	
H 31	H 39	H 52	
H 32	H 40	H 54	

tower*



H CM

H 30	H 46	H 56	H 66	H 82
H 33	H 47	H 57	H 67	H 84
H 36	H 48	H 58	H 68	
H 39	H 49	H 59	H 69	
H 40	H 50	H 60	H 70	
H 41	H 51	H 61	H 72	
H 42	H 52	H 62	H 74	
H 43	H 53	H 63	H 76	
H 44	H 54	H 64	H 78	
H 45	H 55	H 65	H 80	

tower*



H CM

H 40	H 56	H 67	H 78	H 89	H 102
H 43	H 57	H 68	H 79	H 90	H 104
H 46	H 58	H 69	H 80	H 91	H 106
H 48	H 59	H 70	H 81	H 92	H 108
H 49	H 60	H 71	H 82	H 93	H 110
H 50	H 61	H 72	H 83	H 94	H 112
H 51	H 62	H 73	H 84	H 95	
H 52	H 63	H 74	H 85	H 96	
H 53	H 64	H 75	H 86	H 97	
H 54	H 65	H 76	H 87	H 98	
H 55	H 66	H 77	H 88	H 100	

* TOWER: all'altezza del cassero va aggiunta la misura dei distanziatori pari a 1,6 cm / The height of formwork has to be added to the measure of spacers, which is equal to 1,6 cm

Figura 1.15. Gamma casseri U-Boot Beton[®]

1.3. Descrizione del sistema costruttivo

I casseri a perdere U-Boot Beton® consentono di realizzare impalcato in calcestruzzo armato alleggerito gettati in opera, costituiti da un graticcio di nervature mutuamente ortogonali chiuso superiormente ed inferiormente da una soletta continua. La doppia soletta garantisce la collaborazione fra le nervature ortogonali e fornisce adeguata rigidità torsionale alle sezioni dell'impalcato, così da ottenere un meccanismo bidirezionale di trasferimento dei carichi trasversali. Le connessioni con gli elementi resistenti verticali della struttura (pilastri, pareti di taglio) vengono realizzate mediante zone di getto pieno, di ampiezza variabile a seconda dell'entità delle sollecitazioni attese.

Gli alleggerimenti singoli hanno forma troncopiramidale, base quadrata di lato pari a 52 cm e altezze variabili fra 10 e 28 cm. Se necessario, i singoli moduli possono essere assemblati in modo da ottenere alleggerimenti di altezza complessiva maggiore (figura 1.15). I piedini, di altezza standard variabile fra 5 e 10 cm (fino a 20 cm su richiesta), determinano lo spessore della soletta inferiore e fanno in modo che gli alleggerimenti possano essere poggiati direttamente su una cassera ordinaria. Le nervature hanno larghezze variabili tipicamente fra 10 e 30 cm, cui corrispondono valori di interasse compresi fra 62 e 82 cm.

Le diverse fasi di realizzazione di un impalcato sono schematicamente rappresentate nelle figure seguenti. Dopo avere realizzato una cassera ordinaria su tutta la superficie della struttura, vengono posizionate le barre di armatura inferiore e i tralici o ganci di collegamento. Successivamente vengono poggiati gli alleggerimenti sul piano dei casseri e si dispongono le barre di armatura superiore. Il corretto posizionamento in pianta viene garantito per mezzo di appositi giunti distanziatori.

Il getto di calcestruzzo viene eseguito in due fasi, per impedire il galleggiamento degli alleggerimenti. Dapprima viene riempita una altezza pari a quella del piedino o superiore di qualche centimetro (costituzione della soletta inferiore). Non appena il calcestruzzo “comincia a fare presa” si procede al completamento del getto.

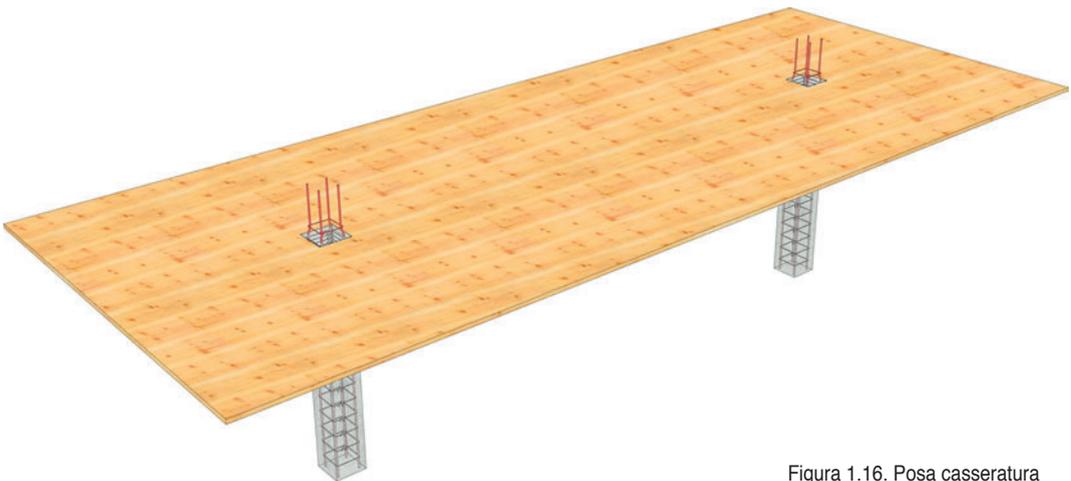


Figura 1.16. Posa cassera

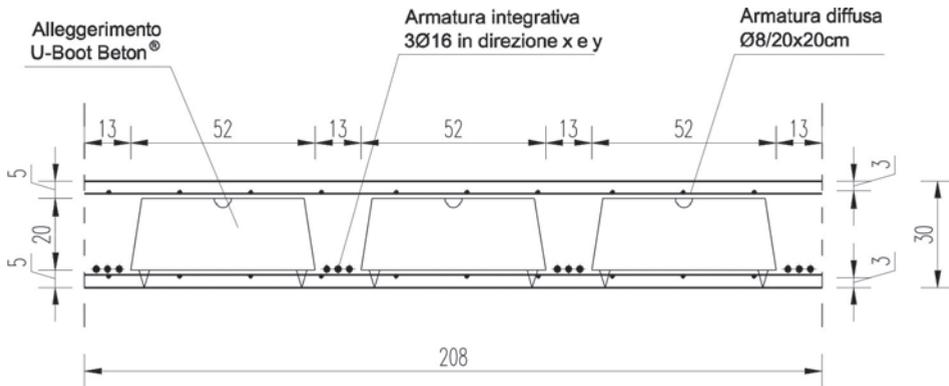


Figura 1.26. Esempio di una sezione di piastra alleggerita con elementi troncopiramidali tipo U-Boot Beton®

1.4. Modellazione: teorie strutturali

Nel seguito vengono illustrate due teorie strutturali classiche per l'analisi dei sistemi a piastra: il modello continuo di piastra isotropa alla Kirchhoff e un modello discreto equivalente.

1.4.1. Piastra di Kirchhoff

Si concentra l'attenzione sulla risposta dell'impalcato sotto carichi verticali con diverse condizioni al contorno, vincoli, forze e momenti applicati. Si assume di poter trascurare la deformabilità tagliante. Si considera il solo comportamento flessionale, dal momento che il problema flessionale e quello membranale sono disaccoppiati sotto l'ipotesi di piccoli spostamenti e di simmetria di costruzione rispetto al piano medio della piastra.

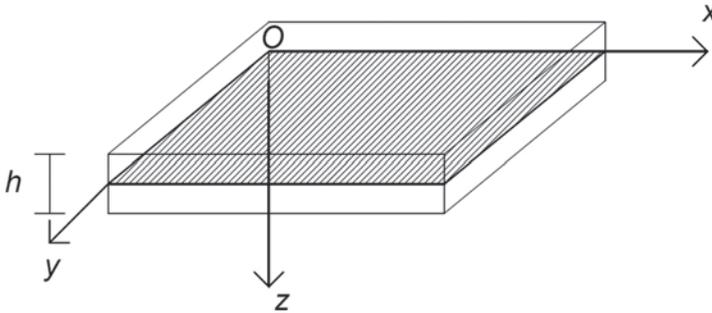
1.4.1.1. Ipotesi di calcolo

Si formulano le seguenti ipotesi di calcolo:

- piccoli spostamenti e deformazioni;
- disaccoppiamento fra problema flessionale e membranale (simmetria della piastra rispetto al piano medio);
- deformazioni taglianti trascurabili;
- materiale elasticolineare, omogeneo e isotropo;
- sforzi normali al piano medio trascurabili.

1.4.1.2. Modello cinematico

Si consideri un impalcato piano di spessore costante, h . La posizione di un generico punto della struttura può essere convenientemente descritta in un riferimento cartesiano (O, x, y, z) definito in modo che gli assi (x, y) giacciono sul piano medio (vedi figura 1.27).

Figura 1.27. Riferimento cartesiano (O, x, y, z)

Limitando l'attenzione al solo problema flessionale con riferimento a piccoli spostamenti e sotto l'ipotesi che i segmenti originariamente normali al piano medio si conservino rettilinei, le componenti di spostamento secondo gli assi del riferimento cartesiano definito sull'elemento possono essere espresse come segue:

$$\begin{aligned} s_x(x, y, z) &= -z \cdot \varphi_x(x, y) \\ s_y(x, y, z) &= -z \cdot \varphi_y(x, y) \\ s_z(x, y, z) &= w(x, y) \end{aligned} \quad (1.1a,b,c)$$

dove si sono indicati con $w(x, y)$ lo spostamento trasversale dei punti del piano medio e con $\varphi_x(x, y)$ e $\varphi_y(x, y)$ le rotazioni delle sezioni trasversali con normale uscente parallela rispettivamente agli assi x e y (vedi figura 1.28).

Le componenti del tensore di piccole deformazioni nel riferimento (O, x, y, z) possono essere ricavate, per derivazione, a partire dalle relazioni cinematiche precedentemente introdotte. Sotto l'ipotesi di poter trascurare gli scorrimenti taglienti, un segmento inizialmente normale al piano medio della piastra si conserva tale durante il processo deformativo e le rotazioni flessionali coincidono con le derivate dello spostamento trasversale del piano medio:

$$\varphi_x = \frac{\partial w}{\partial x}; \varphi_y = \frac{\partial w}{\partial y} \quad (1.2a,b)$$

Sotto le ipotesi fin qui precisate, le uniche componenti di deformazione non nulle risultano le elongazioni nelle direzioni coordinate (x, y) , indicate rispettivamente come ε_x e ε_y , e lo scorrimento angolare γ_{xy} , le cui espressioni vengono di seguito riportate:

$$\varepsilon_x = -z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \varepsilon_y = -z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \gamma_{xy} = -2z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (1.3a,b,c)$$

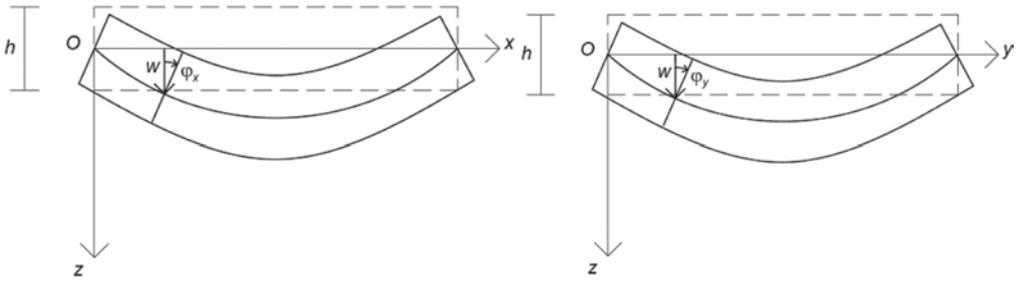


Figura 1.28. Modello cinematico

1.4.1.3. Legame costitutivo

Sotto l'ipotesi di materiale elastico lineare omogeneo e isotropo, indicando con E e ν , rispettivamente, il modulo di elasticità e il coefficiente di contrazione trasversale, si ricavano le componenti del tensore di sforzo nel riferimento (O, x, y, z) associate alle deformazioni del modello (Eq. 1.3):

$$\begin{aligned}\sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x) \\ \sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy}\end{aligned}\tag{1.4a,b,c}$$

Si osservi come le equazioni sopra riportate siano state ricavate sotto l'ipotesi di poter considerare trascurabili gli sforzi normali, σ_z , in direzione trasversale. Gli sforzi tangenziali τ_{zx} e τ_{zy} , agenti sulle sezioni trasversali della piastra parallele agli assi coordinati (x, y) , invece, non possono essere ricavati direttamente attraverso le equazioni di legame, dal momento che si è formulata l'ipotesi di trascurare le deformazioni taglianti. Tali sforzi, pertanto, possono essere valutati solo a valle della soluzione del problema strutturale, sulla base di considerazioni di equilibrio. Si consideri adesso un elemento prismatico ottenuto sezionando la piastra con piani verticali paralleli agli assi coordinati (x, y) . Sulle facce dell'elemento possono essere evidenziati i momenti flettenti, m_x e m_y , e il momento torcente per unità di lunghezza (vedi figura 1.29), m_{xy} , definiti come la risultante della distribuzione di sforzi (Eq. 1.4):

$$\begin{aligned}m_x &= \int_{-h/2}^{h/2} z \sigma_x dz \\ m_y &= \int_{-h/2}^{h/2} z \sigma_y dz \\ m_{xy} &= \int_{-h/2}^{h/2} z \tau_{xy} dz\end{aligned}\tag{1.5a,b,c}$$

Si definiscono anche le forze di taglio per unità di lunghezza:

$$v_x = \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{zx} dz, v_y = \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{zy} dz \quad (1.6a,b)$$

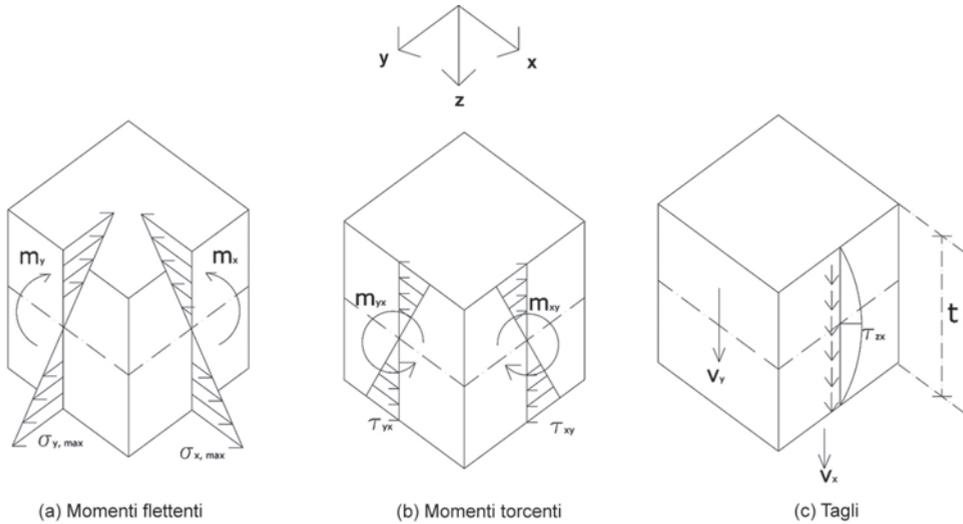


Figura 1.29. Definizione delle azioni interne

Sostituendo le equazioni di legame (1.4) e le relazioni cinematiche (1.3) nelle (1.5), si ottengono i momenti flettenti e torcenti per unità di lunghezza in funzione dei parametri meccanici del materiale e delle derivate seconde dello spostamento trasversale del piano medio della piastra:

$$m_x = - \frac{EI}{(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$m_y = - \frac{EI}{(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (1.7a,b,c)$$

$$m_{xy} = - \frac{EI}{(1+\nu)} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

Nelle espressioni precedenti si è indicato con I il momento di inerzia flessionale di una sezione della piastra di larghezza unitaria rispetto al suo piano medio. Nel caso di piastra piena, sussiste la relazione: $I = h^3/12$. In generale, nel caso di impalcato alleggerito idealizzato come una piastra piena equivalente il termine I deve essere valutato tenendo conto della effettiva geometria dei vuoti.

Va inoltre sottolineato come sia il coefficiente di contrazione trasversale ν , che la rigidezza flessionale EI , definita come il prodotto del modulo di elasticità del materiale per il momento di inerzia flessionale per unità di lunghezza, assumano valori diversi nei casi di calcestruzzo integro (stadio I) o fessurato (stadio II). Nella definizione dei parametri del modello, occorre pertanto distinguere fra analisi in stadio I e analisi in stadio II. In quest'ultimo caso, in prima approssimazione si può assumere un coefficiente di contrazione trasversale nullo e una rigidezza flessionale ridotta $\alpha \cdot EI$, con un coefficiente di riduzione: $1/2 \leq \alpha \leq 3/4$. Si riporta a tal proposito, uno stralcio del commento R13.5.1.2 alla norma americana ACI 318:

*«For non prestressed slabs, it is normally appropriate to reduce slab bending stiffness to between one-half and one-quarter of the uncracked stiffness. For prestressed constructions, stiffness greater than those of cracked, nonprestressed slabs may be appropriate. When the analysis is used to determine design drifts or moment magnification, lower bound slab stiffnesses should be assumed. When the analysis is used to study the interaction of slabs with other framing elements, such as structural walls, it may be appropriate to consider a range of slab stiffnesses so that the relative importance of the slab on those interactions can be assessed».*²

1.4.1.4. Equilibrio

Si consideri adesso un elemento infinitesimo di piastra in equilibrio sotto l'azione di un carico trasversale per unità di superficie $p(x, y)$, e delle azioni interne evidenziate in figura 1.30.

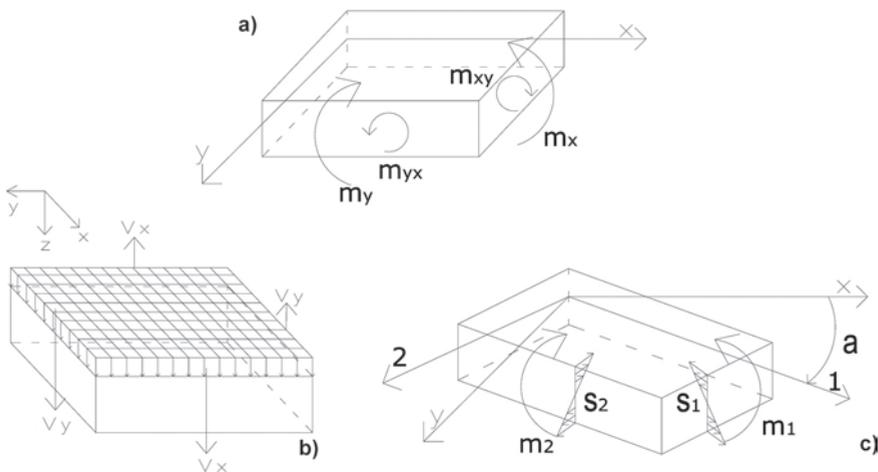


Figura 1.30. Equilibrio di un elemento infinitesimo di piastra

² «Per piastre non precomprese, normalmente è corretto ridurre la rigidezza flessionale ad un valore tra metà o un quarto della rigidezza non fessurata. Per le costruzioni precomprese possono essere corrette rigidezze maggiori di quelle delle piastre non precomprese, fessurate. Quando l'analisi serve a determinare gli spostamenti sotto le azioni di progetto o l'amplificazione dei momenti, vanno utilizzati limiti inferiori dei valori di rigidezza della piastra. Quando l'analisi viene utilizzata per studiare l'interazione della piastra con altri elementi, quali ad esempio le pareti strutturali, può essere corretto considerare un campo di variazione delle rigidezze della piastra per determinare l'importanza della piastra in tali interazioni».

Imponendo l'equilibrio alla traslazione in direzione trasversale e alla rotazione rispetto agli assi coordinati (x, y) , si ricavano le equazioni indefinite di equilibrio di una piastra inflessa:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + p(x, y) = 0 \quad (1.8a)$$

$$v_x = v_{f_x} + v_{t_x} = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial y} \quad (1.8b)$$

$$v_y = v_{f_y} + v_{t_y} = \frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial x} \quad (1.8c)$$

In (1.8b,c) si sono espresse le azioni di taglio distinguendo fra il contributo dovuto alla variazione del momento flessionale, v_{f_j} e quello dovuto alla variazione del momento torcente, v_{t_j} . Sostituendo le (1.8b,c) in (1.8a) si ricava:

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} + p = 0 \quad (1.9)$$

Infine, sostituendo le (1.7) nella precedente si ottiene l'equazione di Sophie Germaine-Lagrange:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D} \quad (1.10)$$

Dove si è introdotto il modulo di rigidezza flessionale della piastra, D , definito come:

$$D = \frac{EI}{(1 - \nu^2)} \quad (1.11)$$

Le azioni interne su una generica faccia di normale uscente \mathbf{n} , inclinata di un angolo θ rispetto all'asse x , come mostrato in figura 1.31, possono essere valutate per mezzo delle seguenti relazioni:

$$m_n = m_x \cos^2(\theta) + m_y \sin^2(\theta) + 2m_{xy} \sin(\theta) \cos(\theta) \quad (1.12a)$$

$$m_t = m_x \sin^2(\theta) + m_y \cos^2(\theta) - 2m_{xy} \sin(\theta) \cos(\theta) \quad (1.12b)$$

$$m_{nt} = (m_x - m_y) \sin(\theta) \cos(\theta) + m_{xy} (\sin^2(\theta) - \cos^2(\theta)) \quad (1.12c)$$

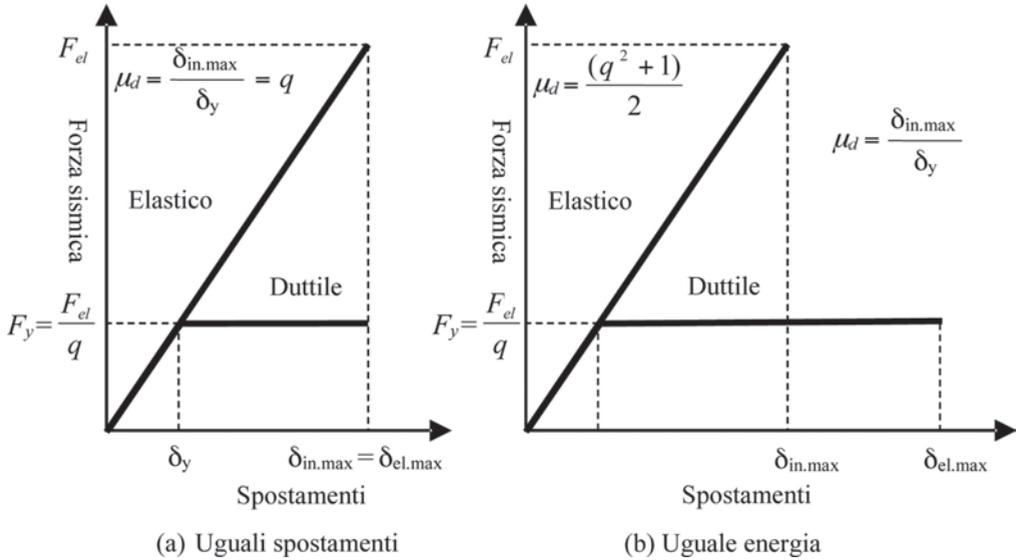
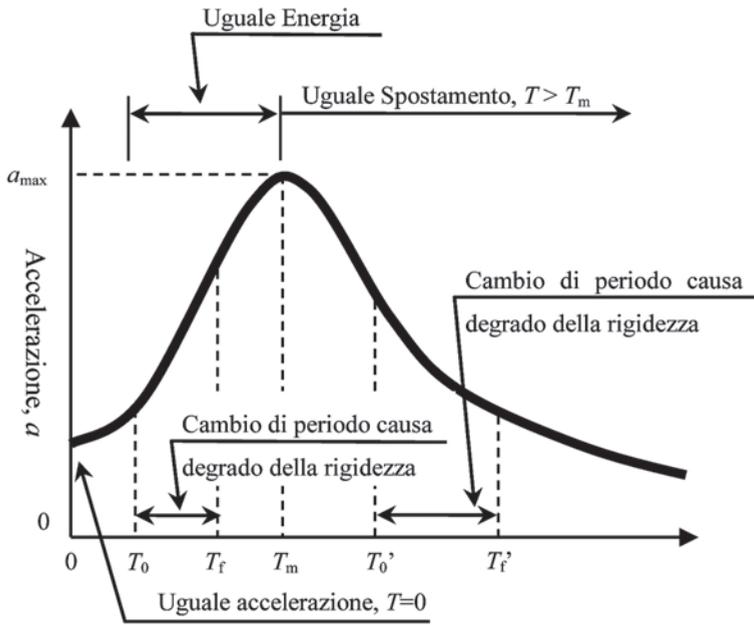


Figura 2.2

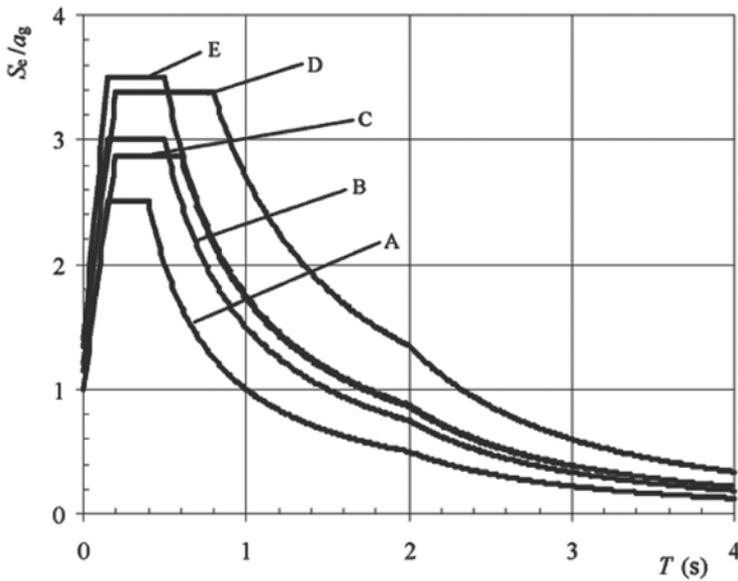
Alla base di questo approccio sta la relazione empirica che si può individuare tra lo spostamento massimo $\delta_{in,max}$ relativo al terreno di un oscillatore, avente per carico monotono un legame inelastico forza-spostamento, e il corrispondente spostamento $\delta_{el,max}$ di un oscillatore a comportamento indefinitamente elastico, quando i due oscillatori siano soggetti allo stesso moto sismico. Il secondo oscillatore è tale da avere periodo proprio uguale a quello iniziale del primo oscillatore. La relazione tra i valori massimi degli spostamenti, che ha origine statistica, dipende dalla curva di risposta in termini di forza-spostamento per carichi monotoni e dalle caratteristiche di risposta a carichi ciclici dell'oscillatore inelastico. La normativa EN 1998-1 fa riferimento ad una curva caratteristica "elastica-perfettamente plastica" per l'oscillatore non lineare, caratterizzata dai valori F_y e δ_y rispettivamente per la forza e lo spostamento allo snervamento (figura 2.2). Nelle EN 1998-1 e nelle NTC2008 il rapporto tra la forza massima F_{el} che si genera nell'oscillatore elastico lineare e quella di snervamento F_y dell'oscillatore non lineare viene indicato con il coefficiente q , detto *fattore di struttura*. Nella letteratura anglosassone il rapporto tra F_{el} e F_y viene indicato con R (ACI 318). Utilizzando questo rapporto è possibile esprimere la forza massima F_{el} nell'oscillatore elastico come un multiplo q di F_y :

$$F_{el} = q F_y \quad (2.1)$$

La sperimentazione numerica ha mostrato che la relazione tra $\Delta_{in,max}$ e $\Delta_{el,max}$ dipende dal periodo proprio T dell'oscillatore. Riportando in un diagramma l'accelerazione massima nella massa dell'oscillatore semplice in funzione del periodo T dello stesso, si



a)



b) Spettri di risposta elastici di Tipo 1 raccomandati per terreni di classe da A a E (da EN 1998-1)

Figura 2.3