

Elide Tomasoni

Scheda sul sito >

Analisi, verifiche e consolidamento strutturale di

archi e volte

Manuale per la valutazione della sicurezza
e per la progettazione degli interventi



In allegato CD con foglio di calcolo in .xlsm

Dario Flaccovio Editore

Elide Tomasoni

Analisi, verifiche e consolidamento strutturale di ARCHI E VOLTE

**MANUALE PER LA VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA
E PER LA PROGETTAZIONE DEGLI INTERVENTI**



Dario Flaccovio Editore

Elide Tomasoni

ANALISI, VERIFICHE E CONSOLIDAMENTO STRUTTURALE DI ARCHI E VOLTE

ISBN 9788857904047

© 2015 by Dario Flaccovio Editore s.r.l. - tel. 0916700686

www.darioflaccovio.it info@darioflaccovio.it

Prima edizione: gennaio 2015

Tomasoni, Elide <1975->

Analisi, verifiche e consolidamento strutturale di archi e volte : manuale per la valutazione della sicurezza e per la progettazione degli interventi / Elide Tomasoni. - Palermo : D.

Flaccovio, 2015.

ISBN 978-88-579-0404-7

1. Volte – Progettazione.

624.1775 CDD-22

SBN PAL0276106

CIP - Biblioteca centrale della Regione siciliana "Alberto Bombace"

Stampa: Tipografia Priulla, Palermo, gennaio 2015

Ringraziamenti

Desidero ringraziare l'arch. Mauro Biasin per i preziosi spunti forniti e per aver messo a disposizione alcune immagini inserite nel presente volume. Un sentito ringraziamento anche all'ing. Luca Vezzoli per la collaborazione nella stesura del libro e per le puntuali osservazioni. Infine, ringrazio l'ing. Valerio Zambarda per aver letto pazientemente le bozze e per gli utili suggerimenti forniti.

Nomi e marchi citati sono generalmente depositati o registrati dalle rispettive case produttrici.

L'editore dichiara la propria disponibilità ad adempiere agli obblighi di legge nei confronti degli aventi diritto sulle opere riprodotte.

La fotocopiatura dei libri è un reato.

Le fotocopie per uso personale del lettore possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascun volume/fascicolo di periodico dietro pagamento alla SIAE del compenso previsto dall'art. 68, commi 4 e 5, della legge 22 aprile 1941 n. 633. Le riproduzioni effettuate per finalità di carattere professionale, economico o commerciale o comunque per uso diverso da quello personale possono essere effettuate solo a seguito di specifica autorizzazione rilasciata dagli aventi diritto/dall'editore.

INDICE

Presentazione

Prefazione

1. Evoluzione formale e tecnica di archi e volte

1.1.	Introduzione	pag.	3
1.2.	Sviluppo delle coperture voltate dall'antichità all'età moderna	»	3
1.2.1.	Origini delle strutture voltate	»	3
1.2.2.	Sviluppo delle tecniche costruttive presso i romani	»	6
1.2.3.	Volte e cupole nell'architettura bizantina	»	12
1.2.4.	Archi e volte nel periodo medievale	»	15
1.2.5.	Sviluppo formale e tecnico tra il XV e il XIX secolo	»	18
1.2.6.	Evoluzione di volte e cupole nell'architettura moderna e contemporanea	»	19
1.3.	Tipologie strutturali e caratteri formali	»	20
1.3.1.	Classificazione tipologica delle volte	»	21
1.3.2.	Classificazione di archi e volte in funzione della curvatura	»	25
1.4.	Tecniche costruttive storiche	»	27
1.4.1.	Volte in laterizio	»	28
1.4.1.1.	Esecuzione di armature e centine	»	28
1.4.1.2.	Costruzione delle volte sull'armatura	»	34
1.4.1.3.	Apparecchiatura delle volte in laterizio	»	36
1.4.1.4.	Disarmo	»	43
1.4.2.	Volte in pietra	»	47
1.4.3.	Volte in tubi fittili	»	47
1.4.4.	Volte in camorcanna	»	50
1.5.	Espedienti utilizzati in passato per il miglioramento della stabilità di archi, volte e cupole	»	54
1.5.1.	Riempimento e rinfiaccio	»	54
1.5.2.	Nervature e frenelli	»	58
1.5.3.	Catene intradossali ed estradossali	»	60

2. Comportamento strutturale e individuazione dei dissesti

2.1.	Introduzione	»	65
2.2.	Meccanismi resistenti di archi e volte	»	66
2.2.1.	Funicolare dei carichi	»	68
2.2.2.	Interazione tra archi affiancati	»	73
2.3.	Schemi statici e meccanismi di collasso	»	79
2.3.1.	Flessione nell'arco	»	79
2.3.2.	Cedimento delle imposte	»	82
2.3.3.	Scorrimento tra i conci	»	84
2.4.	Cause dei dissesti	»	85
2.4.1.	Carenze geometriche ed esecutive	»	86
2.4.2.	Degrado dei materiali	»	87

2.4.3.	Modifiche dello schema statico	»	87
2.4.4.	Cedimento del terreno di fondazione	»	88
2.4.5.	Perdita di efficacia dei presidi per il contenimento della spinta	»	88
2.4.6.	Variazione dei carichi agenti	»	89
2.4.7.	Azioni sismiche	»	89
2.5.	Sintomi di dissesto e quadri fessurativi	»	89
2.5.1.	Archi	»	90
2.5.2.	Piattabande	»	94
2.5.3.	Cupole	»	96
2.5.4.	Volte a botte	»	99
2.5.5.	Volte a padiglione	»	103
2.5.6.	Volte a crociera	»	107
2.5.7.	Volte a vela	»	110
2.5.8.	Volte lunettate	»	111

3. Indagini conoscitive e prove diagnostiche

3.1.	Introduzione	»	115
3.2.	Metodologia d'indagine	»	115
3.3.	Indagini storiche	»	118
3.4.	Rilievo geometrico strutturale	»	120
3.5.	Rilievo del quadro fessurativo	»	123
3.6.	Monitoraggio delle lesioni e delle rotazioni dei piedritti	»	124
3.7.	Indagini geologiche e analisi dei cedimenti	»	127
3.8.	Prove sulle catene	»	128
3.8.1.	Indagini conoscitive per la valutazione della resistenza delle catene metalliche	»	129
3.8.2.	Prove per la determinazione della tensione delle catene	»	130
3.9.	Indagini qualitative non distruttive	»	132
3.9.1.	Indagini soniche	»	133
3.9.2.	Indagini ultrasoniche	»	134
3.9.3.	Indagini termografiche	»	134
3.9.4.	Indagini magnetometriche	»	135

4. Verifiche di sicurezza strutturale in condizioni statiche

4.1.	Introduzione	»	137
4.2.	Riferimenti normativi	»	138
4.3.	Sintesi dei principali metodi di analisi di archi e volte	»	141
4.3.1.	Teoria della plasticità e analisi limite	»	141
4.3.2.	Teoria membranale	»	147
4.3.3.	Modellazione degli sforzi come un sistema discreto di forze	»	147
4.3.4.	Modellazione a elementi finiti	»	148
4.4.	Analisi limite con ipotesi di limitato scorrimento tra i conci: formulazione teorica per le verifiche	»	151
4.4.1.	Generalità	»	151
4.4.2.	Ipotesi sulla resistenza del materiale	»	152
4.4.3.	Condizioni di equilibrio tra i blocchi	»	154

4.4.4.	Determinazione della curva funicolare del carico	» 157
4.5.	Verifiche di sicurezza degli archi	» 163
4.5.1.	Generalità	» 163
4.5.2.	Valutazione della sicurezza strutturale di un arco	» 166
4.5.3.	Calcolo della spinta minima con l'analisi limite	» 170
4.5.4.	Verifica di sicurezza dei piedritti	» 176
4.5.5.	Verifica delle catene esistenti	» 183
4.5.6.	Esempi di calcolo	» 184
4.5.6.1.	Arco da ponte	» 184
4.5.6.2.	Arco diaframma	» 187
4.5.6.3.	Porzione unitaria di volta a botte con riempimento	» 190
4.6.	Analisi tridimensionale delle volte	» 194
4.6.1.	Generalità	» 194
4.6.2.	Volte a botte	» 194
4.6.3.	Volte a padiglione	» 197
4.6.4.	Volte a crociera	» 205
4.6.5.	Cupole	» 207

5. Verifiche di sicurezza strutturale nei confronti delle azioni sismiche

5.1.	Introduzione	» 209
5.2.	Approccio metodologico	» 210
5.3.	Meccanismi di danno di archi e volte soggetti ad azione sismica	» 211
5.3.1.	Cinematismi attivabili negli archi	» 211
5.3.2.	Cinematismi attivabili nei sistemi arco-piedritti	» 212
5.3.3.	Cinematismi attivabili nelle volte	» 214
5.4.	Valutazione qualitativa della vulnerabilità sismica delle volte	» 216
5.4.1.	Rilievo geometrico della volta e dell'edificio	» 217
5.4.2.	Analisi dei dettagli costruttivi e individuazione di eventuali presidi strutturali	» 218
5.4.3.	Analisi del quadro fessurativo	» 219
5.4.4.	Individuazione delle vulnerabilità intrinseche	» 219
5.5.	Valutazione quantitativa della vulnerabilità sismica delle volte	» 221
5.5.1.	Riferimenti normativi e definizione dell'azione sismica di progetto	» 221
5.5.2.	Applicazione dell'analisi limite con ipotesi di limitato scorrimento tra i conci	» 223
5.6.	Analisi a elementi finiti	» 224
5.7.	Comportamento globale di un edificio voltato soggetto ad azione sismica	» 225

6. Metodi di intervento

6.1.	Introduzione	» 227
6.2.	Tipologie di intervento secondo la normativa vigente	» 228
6.3.	Catene intradossali	» 230
6.3.1.	Generalità	» 230
6.3.2.	Dimensionamento dei tiranti	» 230
6.3.3.	Dimensionamento delle piastre di contrasto	» 232

6.3.4.	Dimensionamento degli ancoraggi iniettati.....	» 237
6.3.5.	Messa in opera delle catene e verifica del loro tensionamento.....	» 241
6.4.	Catene estradossali.....	» 245
6.4.1.	Generalità.....	» 245
6.4.2.	Catene con tiranti orizzontali e verticali	» 246
6.4.3.	Catene a braga.....	» 247
6.5.	Contrafforti o ringrossi murari.....	» 249
6.5.1.	Generalità.....	» 249
6.5.2.	Dimensionamento dei contrafforti	» 250
6.6.	Irrigidimento estradossale con controvolte in calcestruzzo	» 251
6.7.	Rinforzi con materiali compositi	» 253
6.7.1.	Generalità.....	» 253
6.7.2.	Riferimenti normativi e caratteristiche meccaniche dei materiali ..	» 254
6.7.3.	Progettazione degli interventi di rinforzo di archi e volte	» 256
6.8.	Alleggerimento delle volte	» 259
7.	Casi di studio ed esempi di interventi	
7.1.	Introduzione	» 261
7.2.	Chiesa della Sacra Famiglia a Piamborno (BS)	» 261
7.2.1.	Generalità.....	» 261
7.2.2.	Cenni storici.....	» 262
7.2.3.	Impianto strutturale della chiesa.....	» 263
7.2.4.	La nuova cupola	» 265
7.2.5.	Le volte della navata	» 266
7.2.6.	Quadro fessurativo	» 267
7.2.7.	Verifiche strutturali e interventi di rinforzo e di miglioramento sismico.....	» 271
7.3.	La chiesa di Santa Maria Assunta a Gussago (BS)	» 276
7.3.1.	Generalità.....	» 276
7.3.2.	Cenni storici.....	» 276
7.3.3.	Impianto strutturale della chiesa.....	» 277
7.3.4.	Le volte della navata	» 280
7.3.5.	Le volte delle cappelle maggiori.....	» 284
7.3.6.	La volta del presbiterio.....	» 285
7.3.7.	Le volte della sacrestia.....	» 287
7.4.	La torre Pallata di Brescia.....	» 290
7.4.1.	Generalità.....	» 290
7.4.2.	Cenni storici e impianto strutturale	» 291
7.4.3.	Analisi dei dissesti e vulnerabilità della struttura	» 292
Appendice A	- Glossario.....	» 295
Appendice B	- Elenco dei simboli	» 300
Bibliografia		» 303

Presentazione

Il ricco patrimonio mondiale di monumenti storici rappresenta una testimonianza incontestabile per il ruolo decisivo che l'arco e la volta hanno esercitato sullo sviluppo ed il progresso dell'architettura nel corso di più di tremila anni di storia, attraverso i quali si è passati dalle prime costruzioni semplici ad opere d'ingegneria sempre più sofisticate. Nella continua sfida per l'uomo d'essere in grado di poter coprire piante architettoniche con una crescente differenziazione e spazi di una sempre più grande portata, l'invenzione della volta era un elemento costruttivo chiave, addirittura uno strumento indispensabile. La geometria spaziale, elemento fondante della natura della volta, l'ambizione instancabile dell'uomo di trovare nuove forme di geometria, un desiderio d'invenzione continuo, accompagnato dalla necessità di trovare in ciascun caso anche il materiale idoneo e la tecnica d'esecuzione adeguata per l'effettiva realizzazione di ciò che è stato immaginato, tutto questo ha portato ad un'eredità architettonica con volte di grande ricchezza e d'una stupefacente varietà. Questa moltitudine non riguarda solo le forme geometriche e le strutture costruttive della volta, ma anche le sue caratteristiche statiche, la capacità di resistere all'effetto del clima o ad altre sfide di forze destabilizzanti, se non addirittura distruttive, come quelle sismiche, esercitate frequentemente con scosse di piccola o media forza, ma di tanto in tanto anche con grande violenza e con colpi devastanti.

Quando mi è stato gentilmente offerto il privilegio di poter leggere, ancora prima della pubblicazione, questa opera scientifica, intitolata "Analisi, verifiche e consolidamento di archi e volte", mi sono subito reso conto della qualità particolarmente alta di questa ricerca straordinaria, la quale, a mio parere, ha tutte le caratteristiche per diventare un manuale di grande importanza professionale, uno strumento di lavoro indispensabile per tutti gli architetti ed ingegneri impegnati nel restauro e soprattutto nel campo particolarmente esigente dell'architettura delle volte.

L'autore presenta il tema della volta con esemplare ampiezza e profondità sotto tutti gli aspetti, in modo da illustrare chiaramente la natura di questo elemento importante d'architettura e d'ingegneria.

Il libro è strutturato con grande rigore e chiarezza. La trattazione dei vari argomenti nei sette capitoli segue una struttura sistematica e molto convincente, scritto in un linguaggio piacevole da seguire. Le illustrazioni sono particolarmente esplicative e di grande aiuto supplementare per la comprensione degli argomenti presentati. Un ulteriore pregio di questa ricerca sulle volte è rappresentato da un'introduzione molto approfondita sull'evoluzione formale e tecnica di archi e volte.

Mi auguro che questo manuale possa trovare una larga diffusione – anche all'estero.

I lettori saranno premiati dalla ricchezza d'informazioni particolarmente importanti sotto il profilo professionale.

Dr.-Ing. Sebastian Storz
Forum für Baukultur e.V.
Dresda.

Prefazione

Gli archi e le volte sono elementi architettonici particolarmente diffusi nell'edilizia esistente. Per la testimonianza storica, per la ricchezza delle tecniche costruttive e per la rilevanza dei dipinti che spesso ne decorano l'intradosso, costituiscono un patrimonio prezioso, che merita di essere tutelato. La conservazione delle coperture voltate necessita tuttavia di una profonda conoscenza dei molteplici aspetti che coinvolgono queste strutture, a partire da quelli formali e costruttivi, fino a quelli legati al loro comportamento statico e sismico.

Il presente volume ha il principale obiettivo di illustrare nel dettaglio il comportamento strutturale delle volte, passando in rassegna le tipologie di coperture voltate più diffuse e affiancando i concetti teorici a indicazioni di carattere pratico per la valutazione della sicurezza.

L'opera è particolarmente originale in quanto associa alle analisi ingegneristiche lo studio degli aspetti formali e delle tecniche costruttive, in modo da fornire al lettore una completa panoramica del comportamento statico e sismico delle volte: un'attenta analisi della struttura è infatti propedeutica a ogni progetto di intervento di consolidamento o di miglioramento sismico, che deve essere valutato per ogni specifico caso, nel rispetto della concezione originaria dell'opera.

Tra le tecniche di analisi illustrate nel testo, viene anche riportata un'originale procedura di calcolo per la valutazione della sicurezza degli archi e delle volte, basata sull'analisi limite con ipotesi di limitato scorrimento tra i conci. Tale procedura è poi stata inserita in un programma di calcolo, allegato al libro.

Il presente volume fornisce quindi le basi per poter affrontare il problema dell'analisi, della verifica e della conservazione degli archi e delle volte in maniera consapevole. L'autore illustra nel dettaglio tutti gli aspetti, sia pratici sia teorici, riguardanti lo studio delle coperture voltate. In particolare, dopo un'ampia descrizione dei materiali, delle tecniche costruttive e dei metodi di rinforzo impiegati in passato, nel testo vengono esposti, in modo chiaro ed esauritivo, il comportamento strutturale, le possibili cause di dissesto e i metodi di analisi di queste strutture così articolate e complesse. Il volume, aggiornato alla normativa vigente, fornisce una descrizione delle indagini diagnostiche specifiche per le volte in muratura e descrive, anche attraverso esempi di calcolo, le procedure per le verifiche di sicurezza statica e sismica degli archi e delle volte.

La parte finale del volume è dedicata all'illustrazione e al dimensionamento delle principali tecniche di intervento, mostrandone vantaggi, limiti ed eventuali criticità.

L'opera è corredata da un programma di calcolo per la valutazione della sicurezza delle strutture voltate e per il calcolo della spinta sui piedritti.

1. Evoluzione formale e tecnica di archi e volte

1.1. Introduzione

Gli archi e le volte rappresentano uno dei sistemi di copertura più utilizzati in passato sia per la loro capacità statica sia per il loro aspetto formale.

Capimastri, architetti e ingegneri dei tempi antichi ideavano e realizzavano le strutture voltate avvalendosi dei mezzi a loro disposizione, affidandosi spesso all'intuito, all'esperienza acquisita per lo più in cantiere e, in alcuni casi, a basi matematiche e a conoscenze di geometria pratica.

Nel corso dei secoli sono state sperimentate numerose varietà di tecniche costruttive, di materiali e di geometrie ed è fondamentale, per apprezzare e comprendere appieno le coperture voltate, saper riconoscere le differenti tecniche di edificazione e riuscire a individuare gli accorgimenti tecnici adottati nel tentativo di migliorarne il comportamento strutturale.

Al fine di approcciarsi alle coperture voltate in maniera corretta e rispettosa delle peculiarità di ogni singolo arco o volta, è quindi importante conoscere come gli originali costruttori concepivano le loro opere e come i materiali e le forme si sono evoluti nel tempo. Solo grazie a una profonda conoscenza della struttura è possibile comprenderne il comportamento statico, valutarne la stabilità e, eventualmente, predisporre interventi di consolidamento efficaci, ma allo stesso tempo compatibili con le costruzioni storiche.

Con l'obiettivo di fornire le basi per la conoscenza delle coperture voltate, nel presente capitolo verrà presentato innanzitutto un inquadramento storico relativo all'evoluzione formale e tecnica che ha accompagnato la costruzione delle volte nel corso dei secoli. Successivamente, raccogliendo e reinterpretando, anche alla luce delle attuali conoscenze statiche, le informazioni dedotte dall'osservazione diretta dei manufatti e dalle indicazioni desunte dai trattati e dai manuali di architettura, verranno illustrati i materiali, le tecniche costruttive, le fasi di edificazione e i principali indirizzi di carattere formale legati alle proporzioni e alle forme delle volte. Verranno infine descritte, con particolare attenzione all'aspetto strutturale, le metodologie e le soluzioni pratiche spesso adottate nella prassi costruttiva con l'intento di migliorare la resistenza di archi e volte.

1.2. Sviluppo delle coperture voltate dall'antichità all'età moderna

1.2.1. Origini delle strutture voltate

I primi esempi di archi e volte sono stati rinvenuti in Mesopotamia, in Assiria e in Egitto e risalgono all'incirca al IV-III millennio a.C.

Gli scavi eseguiti tra il 1928 e il 1935 nell'odierno Iraq dall'Oriental Institute di Chicago

hanno portato alla luce piccoli archi con conci in terra cruda realizzati nelle abitazioni private di Tell Asmar¹ (figura 1.1): queste costruzioni sono una delle testimonianze più antiche oggi note di archi a conci (III millennio a.C.). Per quanto riguarda la tecnica di edificazione di questi piccoli archi, non veniva impiegata la centina, ma si suppone che i conci venissero sorretti e mantenuti nella loro posizione da un assistente fino alla posa da parte del costruttore del concio di chiave.



Figura 1.1. Stanza centrale della *arch house*, Tell Asmar (Iraq), III periodo proto dinastico (circa 2500 a.C.). L'immagine mostra uno dei primi esempi di arco a conci (Frankfort, 1934, p. 15)

Sempre al periodo compreso fra il IV e il III millennio a.C. risalgono le volte, generalmente a botte e con luci molto ridotte, realizzate attraverso una successione di archi inclinati formati da mattoni disposti a coltello (figura 1.2).

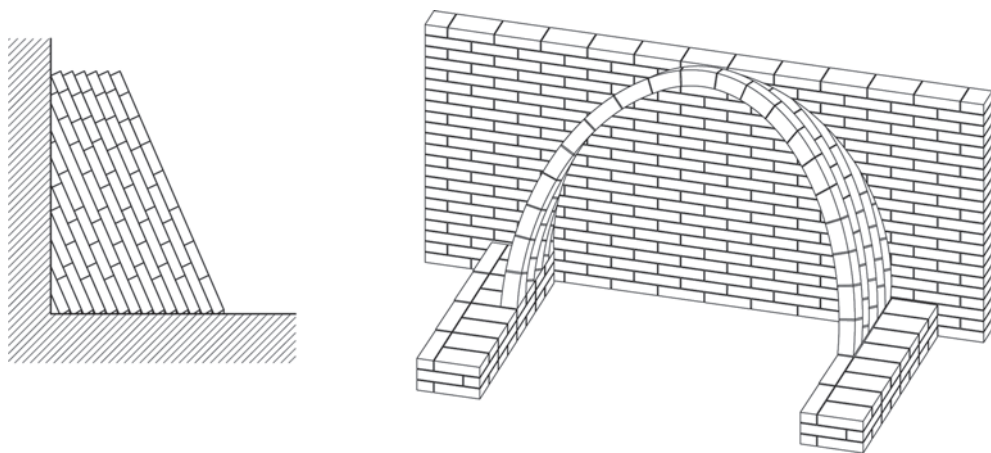


Figura 1.2. Vista laterale (sinistra) e assonometria (destra) di una volta a botte realizzata con filari inclinati

Questa tecnica consentiva di realizzare volte autoportanti, nelle quali ogni arco era appoggiato a quello precedente e i conci si mantenevano nella loro posizione durante tutta la fase costruttiva grazie all'attrito.

Esempi tardivi di volte a botte ad archi inclinati sono stati ritrovati a Khorsabad, in Assiria, per coprire i canali di scarico (VIII secolo a.C. circa). La tecnica delle volte ad archi incli-

¹ Frankfort H., 1934, pp. 12-15.

nati è stata successivamente ripresa anche nell'oriente bizantino.

Gli assiri e i babilonesi sperimentarono anche i primi archi a conci radiali, che venivano solitamente posti a copertura delle porte urbliche ed erano, nella maggior parte dei casi, archi a tutto sesto realizzati con conci in mattoni crudi disposti radialmente e con giunti in argilla. Si possono citare ad esempio la porta del palazzo di Sardon II a Dur Sarrukin e la porta di Ishtar a Babilonia (figura 1.3).

L'utilizzo sistematico degli archi a conci radiali si deve tuttavia agli etruschi, che im-



Figura 1.3. Porta di Ishtar a Babilonia, secolo VII-VI a.C., ricostruzione di Koldewey, Staatliche Museen, Berlino



Figura 1.4. Micene, Porta dei Leoni (XIV secolo a.C. circa)

piegavano generalmente conci in pietra opportunamente tagliati e posati a secco, con giunti convergenti verso il centro dell'arco. Tra le prime coperture curvilinee è necessario ricordare anche gli pseudo archi e le pseudo volte, strutture costituite da blocchi, spesso megalitici, che venivano sovrapposti e posati progressivamente con una lieve sporgenza verso l'interno (figure 1.4 e 1.5). Queste coperture furono impiegate nell'architettura monumentale primitiva e, a partire dal II millennio a.C., si diffusero nell'architettura micenea (*tholoi*) e in altre civiltà del mediterraneo, come per esempio in Sardegna (*nuraghi*).

Gli pseudo archi e le pseudo volte, formalmente simili agli archi, alle volte e alle cupole, in realtà hanno un comportamento strutturale più vicino al sistema trilitico. Infatti, mentre negli archi i conci sono disposti radialmente e ogni elemento trasferisce a quelli attigui una componente verticale e una orizzontale, nelle strutture cosiddette *a falso arco* ogni elemento è posato con i giunti orizzontali e quindi trasferisce agli elementi sottostanti solo forze verticali (figura 1.6).

Negli pseudo archi e nelle pseudo volte,



Figura 1.5. Micene, Tesoro di Atreo, (XIV secolo a.C. circa). L'immagine mostra l'interno del *tholos*

per assicurare la stabilità della struttura doveva essere garantito l'equilibrio alla rotazione di ogni elemento, per questo veniva generalmente posizionato all'estradosso un carico stabilizzante costituito da muratura o da materiale incoerente. Come si può vedere dallo schema in figura 1.6, in mancanza del riempimento, nel caso in cui l'equilibrio alla rotazione dell'elemento non risulti soddisfatto, entra in gioco l'attrito, che tuttavia fornisce un contributo molto limitato.

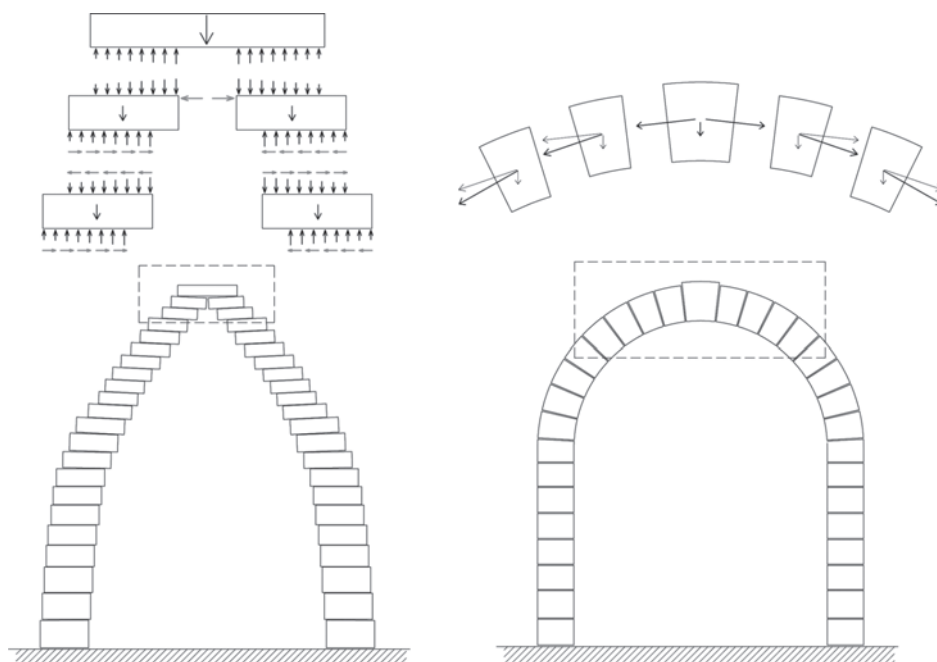


Figura 1.6. Schema statico di uno pseudo arco (a sinistra) e di un arco a conci radiali (a destra)

1.2.2. Sviluppo delle tecniche costruttive presso i romani

Le coperture voltate sono state utilizzate in tutte le loro forme e in maniera estensiva nell'architettura romana, tanto da divenirne uno degli elementi caratterizzanti.

I romani, pur riprendendo le tecniche greche ed etrusche penetrate in Italia, le perfezionarono ed elaborarono al punto da assumerne la completa padronanza sia per quanto riguarda i materiali impiegati, sia per quanto riguarda le modalità realizzative. Inoltre, l'esperienza maturata in seguito all'applicazione su vasta scala di archi e volte consentì loro di comprendere i problemi legati all'utilizzo di queste strutture e di elaborare ingegnose soluzioni per migliorarne la stabilità.

I romani utilizzavano prevalentemente archi a tutto sesto, nei quali i mattoni o i conci presentavano giunti tutti convergenti verso il centro di curvatura. A partire dal III secolo a.C., le porte urbane vennero costruite con archi perfetti e spesso con mattoni o blocchi di pietra conformati a cuneo per ridurre al minimo gli spessori di malta e per conferire maggiore robustezza, come per esempio nella porta di Falerii Novi (VT).

Raramente i romani impiegavano archi a sesto ribassato², tuttavia fecero largo uso di piattabande formate da cunei opportunamente sagomati disposti a incastro³ (figura 1.7). Le piattabande erano spesso sormontate da archi di scarico a tutto sesto, che avevano probabilmente la funzione di andare a sostituire l'arco naturale di scarico che si sarebbe creato nella muratura in seguito a un eventuale cedimento della piattabanda (figura 1.8).

In un primo momento nell'architettura romana si fece largo uso di archi realizzati con conci di pietra o con mattoni disposti radialmente, inserendo tra questi, all'estradosso, schegge più piccole e malta. Fu con il miglioramento delle tecniche costruttive e, soprattutto, con l'introduzione di malte pozzolaniche⁴, particolarmente resistenti, miste a inerti di varia pezzatura, che iniziò a diffondersi la tecnica delle volte a concrezione in *opus caementicium*⁵. Uno dei primi esempi di volte in *opus caementicium* è il tempio di Giove Anxur a Terracina, (prima metà del I secolo a.C.), ma fu nell'età imperiale che questa tecnica, associata a quella a grandi blocchi, si diffuse e si sviluppò in tutto l'impero.

In teoria le volte in *opus caementicium* avrebbero dovuto comportarsi come un monolite, ossia come un unico blocco di pietra che non avrebbe dovuto esercitare spinte orizzontali sui muri di sostegno. Tuttavia, a causa della limitata resistenza a trazione dell'*opus caementicium*, queste volte si fessuravano e tornavano ad agire sulle pareti come se fossero costituite da elementi separati. Fu probabilmente questo il motivo per cui, a partire dal I secolo d.C., i romani iniziarono a realizzare le volte in *opus caementicium* con nervature meridiane in mattoni *semilateres* (figura 1.9) collegate tra loro con mattoni bipedali (figura 1.10).

Il fatto di realizzare volte nervate consentiva di frazionare la massa di malta, che veniva gettata tra i vuoti lasciati tra le nervature, e di assecondare la naturale fessurazione che si sarebbe venuta a creare all'interno della struttura.

In alcuni casi venivano sfruttati i vuoti lasciati fra le nervature per realizzare decorazioni a cassettoni.

² Fra i pochi esempi di arco a sesto ribassato, si possono ricordare quelli nell'anfiteatro di Pompei (78 a.C.) e nella porta S. Lorenzo a Equino.

³ Per esempio nella porta dal lato sud-ovest del *Tabularium* e nelle nicchie degli emicicli nel foro di Augusto.

⁴ La pozzolana è un materiale di origine vulcanica estratto principalmente nella zona di Pozzuoli, impiegato dai romani per conferire alla malta proprietà idrauliche.

⁵ L'*opus caementicium* deriva dal termine *caementa*, che indica i frammenti di pietra o di altro materiale (terracotta, marmo) che lo compongono; nell'*opus caementicium* la malta viene unita agli inerti creando un composto particolarmente resistente e duraturo.

A partire dal II secolo d.C. iniziò a diffondersi l'utilizzo di un manto di bipedali o sesquipedali posti in piano, sul quale veniva poi disposto un secondo strato di mattoni, sempre disposti in piano, aventi dimensioni minori. Spesso venivano anche inseriti mattoni posti di coltello che consentivano di creare l'ammorsatura con il getto in *opus caementicium* (figura 1.11). Questa tecnica consentiva, da un lato, di ridurre il legname per la centina, per la quale, anziché utilizzare un manto continuo, venivano impiegate assi di legno distanziate di circa 50 cm, e dall'altro di velocizzare i tempi di esecuzione.

Le volte a concrezione erano molto pesanti e, di conseguenza, anche la spinta orizzontale che esse trasferivano ai muri d'imposta risultava piuttosto elevata. Per questo, con l'aumento delle dimensioni delle strutture voltate, iniziò anche a nascere l'esigenza di creare strutture più

leggere e allo stesso tempo più resistenti. Il primo modo escogitato dai romani per alleggerire le volte consisteva nel variare, andando dall'imposta alla chiave, la densità degli inerti che costituivano l'*opus caementicium*. In particolare, venivano impiegati materiali pesanti, quali il travertino e i mattoni più pesanti, in prossimità dell'imposta e delle reni e materiali via via più leggeri, quali il tufo e la pietra pomice, avvicinandosi verso la chiave. Il primo esempio dell'applicazione di questa tecnica realizzativa è rappresentato dal Pantheon (II secolo d.C.). A questo celebre esempio ne seguirono molti altri: Tempio di Diana a Baia, Tor de' Schiavi, la cupola del ninfeo dei giardini Liciniani, la semicupola dell'esedra nelle terme di Caracalla, ecc.

Un altro metodo ideato dai romani probabilmente per alleggerire le volte e per ridurre la spinta orizzontale sui muri d'imposta consisteva nell'inserimento di olle laterizie all'interno della gettata in *opus caementicium*. Solitamente venivano impiegate olle di scarto, già usate per contenere olio o pesce e quindi difficilmente riutilizzabili. Queste olle, che potevano essere utilizzate come elementi separati oppure inserite le une nelle altre, presentavano una superficie esterna grezza, che consentiva una migliore aderenza della malta.



Figura 1.7. Leptis Magna (Libia), II secolo d.C. Piattabanda con cunei sagomati e disposti a incastro

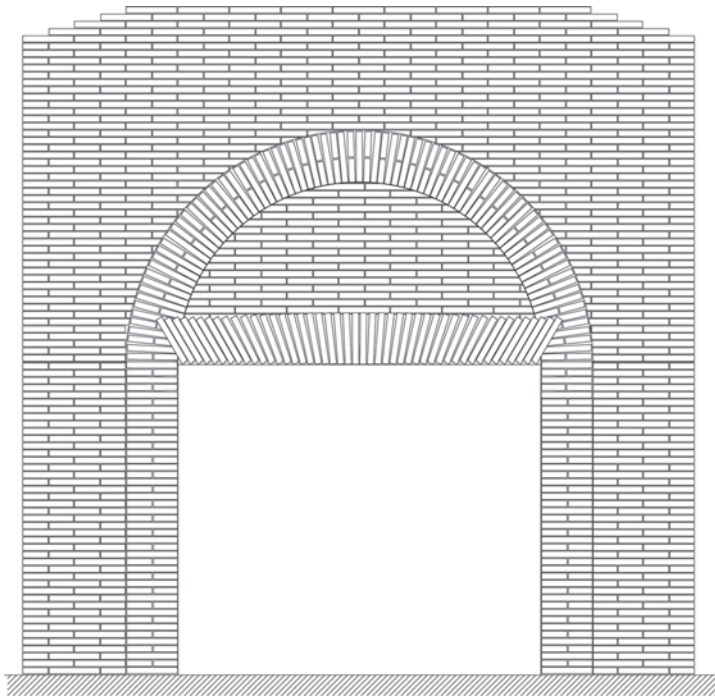


Figura 1.8. Schema di una piattabanda sormontata da un arco di scarico

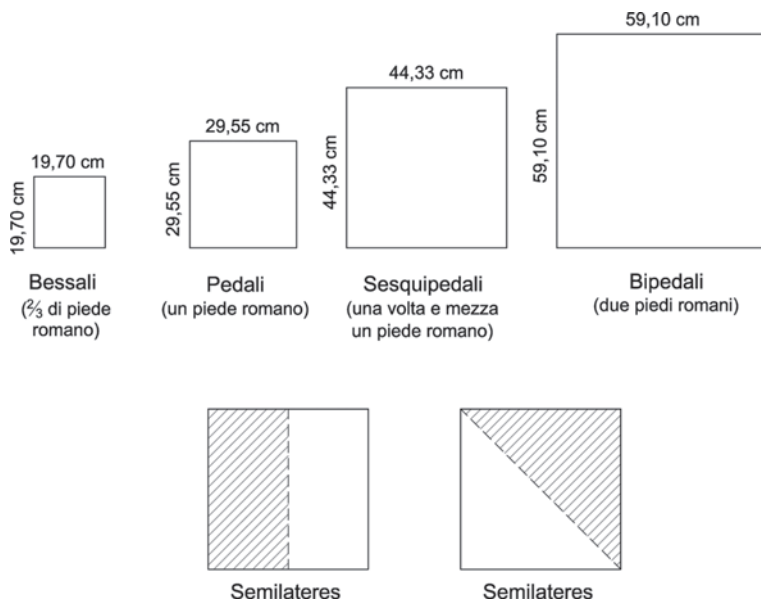


Figura 1.9. Dimensioni dei principali mattoni utilizzati nella realizzazione delle volte

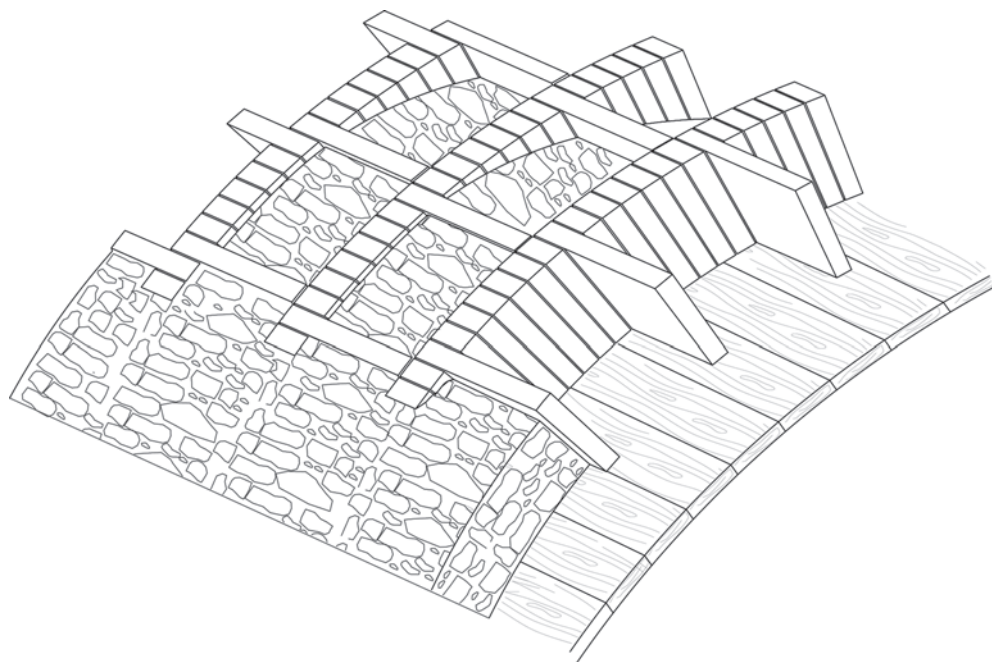


Figura 1.10. Schema di una volta in opus caementicium con nervature in semilateres

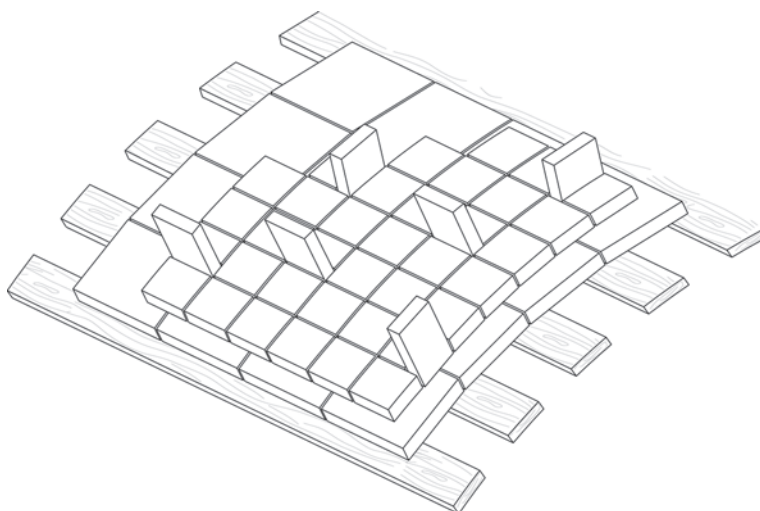


Figura 1.11. Schema di una volta realizzata con un primo manto di bipedali e un secondo strato di mattoni di dimensioni minori. Si noti la presenza di mattoni posti di coltello, inseriti con la funzione di creare un'ammorsatura con la gettata in opus caementicium

Uno dei primi esempi dell'impiego di anfore nelle volte romane è nella volta a crociera dei magazzini traiane a Ostia (126 d.C. circa); si possono poi ricordare la villa alla Vignaccia (130 d.C. circa), il mausoleo di Sant'Elena, detto infatti *Tor Pignattara* (326-330 d.C.) e molti altri. Bisogna tuttavia precisare che tali olle venivano spesso inserite alle reni della volta, dove, come verrà meglio spiegato nei capitoli successivi, il carico verticale contribuisce alla stabilità della struttura in quanto aumenta l'effetto contrafforte dei piedritti. Appare quindi evidente che, seppur l'intuizione di inserire elementi di alleggerimento risulti corretta, la loro messa in opera nella zona delle reni mostra un'errata interpretazione del comportamento statico delle coperture voltate⁶.

Un uso più consapevole delle olle laterizie lo si ritrova invece nel tempio di Minerva Medica (prima metà del IV secolo d.C.). Qui, infatti, questa tecnica raggiunse quel grado di comprensione non raggiunta nei primi esempi: le anfore, infatti, furono posizionate sopra le finestre, andando a scaricare le zone più deboli, e la parte superiore della volta venne alleggerita inserendo nell'*opus caementicium* blocchi di pietra pomice (figura 1.12).

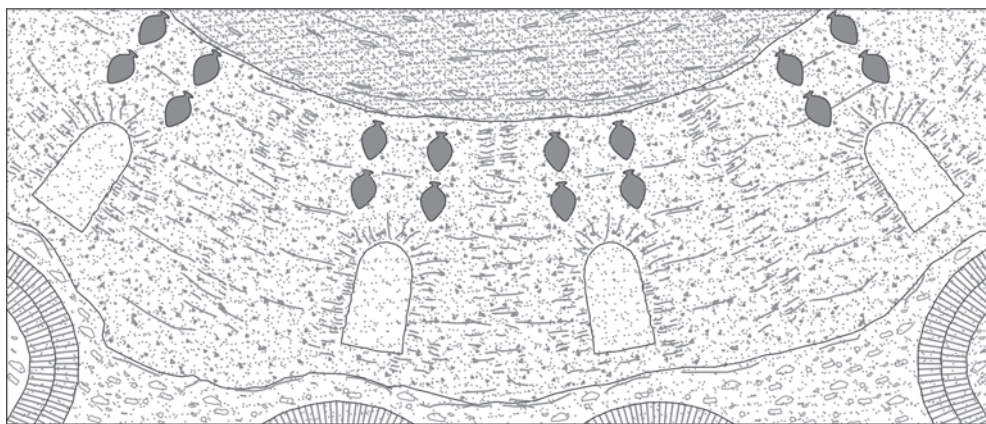


Figura 1.12. Tempio di Minerva Medica, Roma (prima metà del IV secolo d.C.). L'immagine mostra la posizione delle anfore, inserite al di sopra delle aperture, e l'impiego della pietra pomice nella parte superiore

⁶ Anche l'Alberti, nel suo trattato *De re aedificatoria*, mostra di conoscere la tecnica in uso presso i romani di alleggerire le volte con olle laterizie, scrive infatti: "gli spazi vuoti che restano tra la curva della volta inalzantesi e i muri cui questa si appoggia, chiamati dai muratori *cosce*, si riempiranno non già di terra o detriti secchi alla rinfusa, ma piuttosto con la normale e solida tecnica costruttiva, collegando di volta in volta il materiale alle pareti. Bene si regolano coloro che per non sovraccaricare la volta, riempiono gli spazi delle cosce con vasi per acqua di terra cotta vuoti, fissi e a testa in giù, purché non si appesantiscano riempiendosi di umidità, versandovi poi sopra un miscuglio pietroso leggero ma tenace". L'Alberti si rende conto che il rinfiacco dovrebbe essere realizzato con la stessa tecnica con cui venivano realizzati i piedritti, tuttavia sembra commettere lo stesso errore rilevato nei primi esempi di volte con olle laterizie, infatti consiglia di alleggerire la zona da lui definita *cosce*, nella quale in realtà il carico ha un'azione stabilizzante. Alberti L.B., 1989, p. 246.

1.2.3. Volte e cupole nell'architettura bizantina

Con il trasferimento della capitale da Roma a Costantinopoli (330 d.C.) e la successiva suddivisione politica in Impero d'Oriente e Impero d'Occidente (395 d.C.) si assistette alla nascita dell'Impero Bizantino, che durò fino al 1453, anno della conquista ottomana.

L'arte e la cultura bizantine, ricche di influssi ellenistici, della Siria, della Persia e dell'Egitto, penetrarono in Italia solo quando, nella prima metà del VI secolo, Ravenna divenne sede dell'esarca, ossia del governatore di Costantinopoli. Qui le tradizioni tardo-imperiali e cristiane si arricchirono delle forme espressive tipiche dell'Oriente: nelle chiese di Ravenna, che conservavano in pianta le forme proprie delle prime chiese paleocristiane, vennero introdotti nuovi elementi, sia architettonici sia decorativi, di gusto tipicamente bizantino, quali il tiburio, il pulvino sulle colonne, la decorazione esterna con lesene e arcate cieche e i mosaici. Ciò che però rappresenta l'innovazione fondamentale dell'architettura bizantina è l'impiego di cupole su piloni liberi e lo svuotamento delle masse murarie. La tipologia di copertura preferita dai bizantini fu la cupola; questa, già impiegata in passato dai romani, aveva però un limite: richiedeva un muro continuo circolare per il suo sostegno. La grande innovazione dei bizantini fu riuscire a impostare cupole, con direttrice circolare, su piante quadrate attraverso l'inserimento dei pennacchi. Questo rese possibile la creazione di spazi aperti, con articolazioni spaziali complesse, grazie alle quali, in seguito anche all'impiego di mosaici colorati, venivano creati suggestivi giochi chiaroscurali.

Un'altra novità rispetto al periodo precedente, fu l'utilizzo di una diversa tecnica costruttiva per la realizzazione delle volte e delle cupole: nell'architettura bizantina le volte non erano più in *opus caementicium*, come nel periodo precedente, ma venivano costruite interamente in muratura. Le volte in laterizio risultavano più leggere ed elastiche rispetto a quelle in concrezione e ciò consentì la sperimentazione di nuove forme e nuovi schemi strutturali basati sull'equilibrio delle forze, in cui le spinte delle cupole potevano essere contrastate, nella complessità dell'articolazione spaziale tipica dell'architettura bizantina, da altre strutture voltate. La chiesa di Santa Sofia di Costantinopoli (532 d.C.) è sicuramente l'esempio che più di ogni altro rappresenta la svolta innovativa dell'architettura bizantina sia nello sviluppo formale sia nel sistema statico delle strutture voltate e dei loro sistemi di sostegno. Nella chiesa di Santa Sofia, l'enorme spinta della cupola centrale è contrastata attivamente da un sistema costituito da semicupole, da deambulatori coperti con volte a botte e dalle volte a crociera delle navate laterali poste su due piani (figura 1.13).

Un altro sistema già conosciuto dai romani, ma ulteriormente sviluppato dai bizantini per contrastare la spinta della cupola centrale e consentire lo sviluppo di spazi aperti e articolati, è stato applicato per esempio nella chiesa dei Santi Sergio e Bacco e poi ripreso in San Vitale a Ravenna. Questa soluzione consiste in una cupola⁷ che grava su nicchie con calotta sferica, aperte con un doppio ordine di arcate con colonne, che sono a loro volta sorrette dalle volte dell'ambulacro ottagonale (figura 1.14).

Infine, un altro espediente utilizzato dai bizantini per contrastare in maniera attiva la spinta della cupola centrale è quello di affiancarle altre cupolette, collegandole con volte a botte o archi a tutto sesto. Questa composizione si è diffusa anche in Italia a partire dall'XI secolo (si veda la basilica di San Marco a Venezia, figura 1.15).

⁷ Nella chiesa di San Vitale a Ravenna la cupola appoggia su un tamburo.

tangente ai meridiani e l'asse y tangente ai paralleli, si indica con r il raggio del parallelo e con R il raggio di curvatura della cupola, con θ l'angolo che l'asse Z forma con la normale alla generatrice e con φ l'angolo orizzontale tra l'asse x del sistema di riferimento globale (X) e la proiezione orizzontale dell'asse x del sistema di riferimento locale (x').

Supponendo che la cupola sia caricata con il solo peso proprio, su ogni elemento infinitesimo $abcd$, delimitato da due paralleli e da due meridiani, agiscono sforzi s_1 tangenti ai meridiani e sforzi s_2 tangenti ai paralleli (figura 2.9). In questo specifico esempio gli sforzi di taglio lungo i meridiani t_{12} sono nulli per ragioni di simmetria e quindi, poiché $t_{12} = t_{21}$, allora anche gli sforzi di taglio lungo i paralleli risultano pari a zero.

Per la determinazione degli sforzi membranali sono sufficienti le equazioni di equilibrio. Indicando con S_1 e S_2 le risultanti relative allo spessore s e alla lunghezza unitaria rispettivamente delle tensioni s_1 e s_2 (figura 2.10) e ipotizzando di tagliare la calotta in corrispondenza di un generico parallelo con un piano orizzontale (figura 2.11), si ha che:

$$P = S_1 \cdot \sin\theta \cdot 2\pi r \quad (2.8)$$

da cui:

$$S_1 = \frac{P}{2\pi r \cdot \sin\theta} \quad (2.9)$$

Poiché:

$$r = R \cdot \sin\theta \quad (2.10)$$

Sostituendo si ottiene:

$$S_1 = \frac{P}{2\pi R \cdot \sin^2\theta} \quad (2.11)$$

La 2.11 consente di determinare S_1 indipendentemente da S_2 .

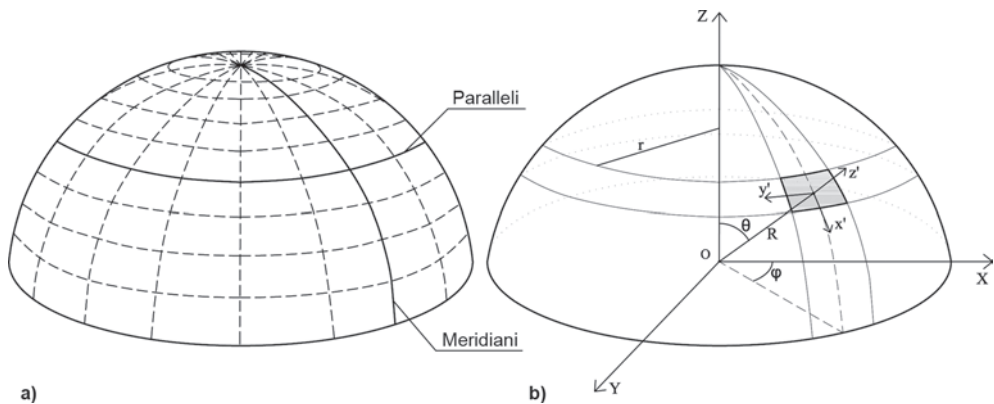


Figura 2.8. Cupola emisferica, con la suddivisione in meridiani e paralleli (a) e con l'indicazione degli angoli, del sistema di riferimento globale e del sistema di riferimento locale (b)

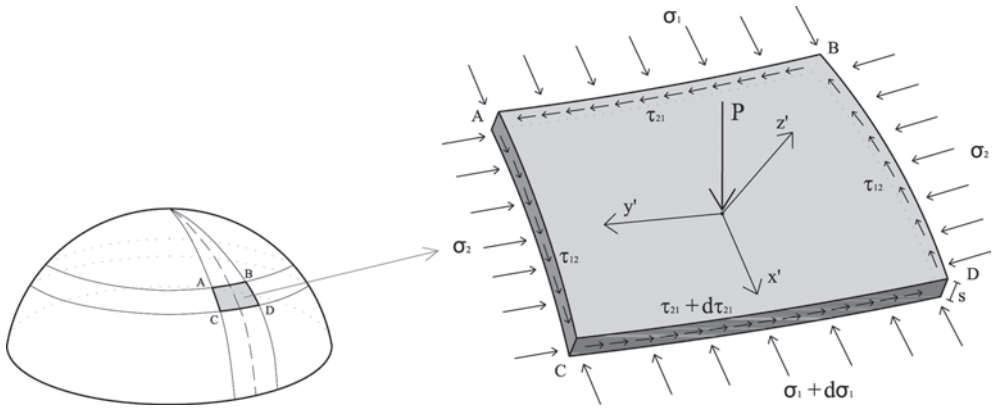


Figura 2.9. Schema degli sforzi agenti su un generico elemento delimitato da due meridiani e da due paralleli

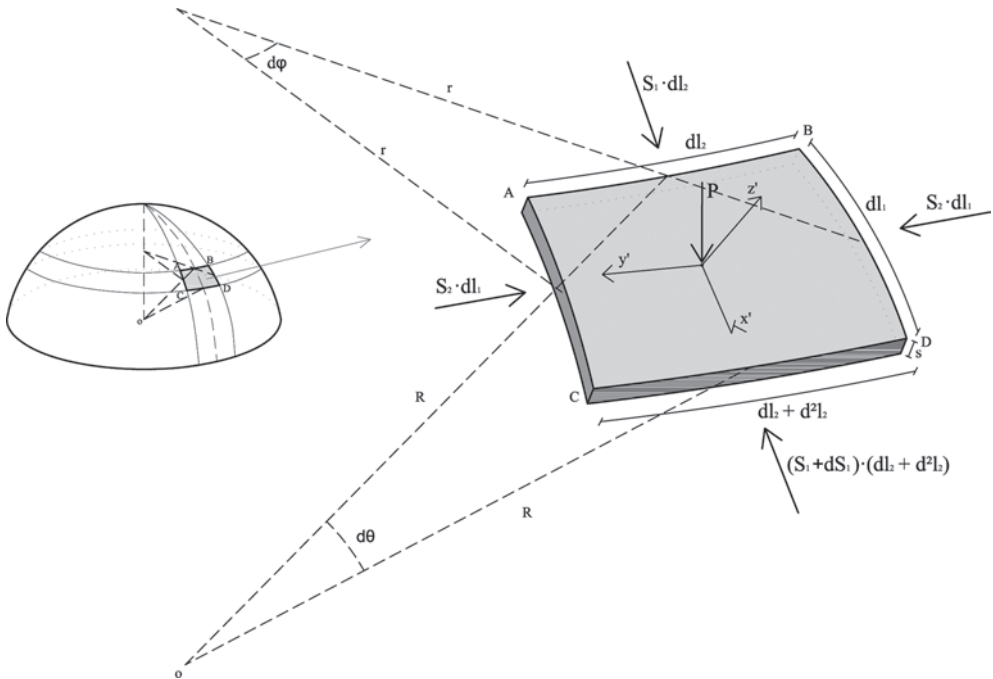


Figura 2.10. Schema delle azioni risultanti agenti su un generico elemento delimitato da due meridiani e da due paralleli

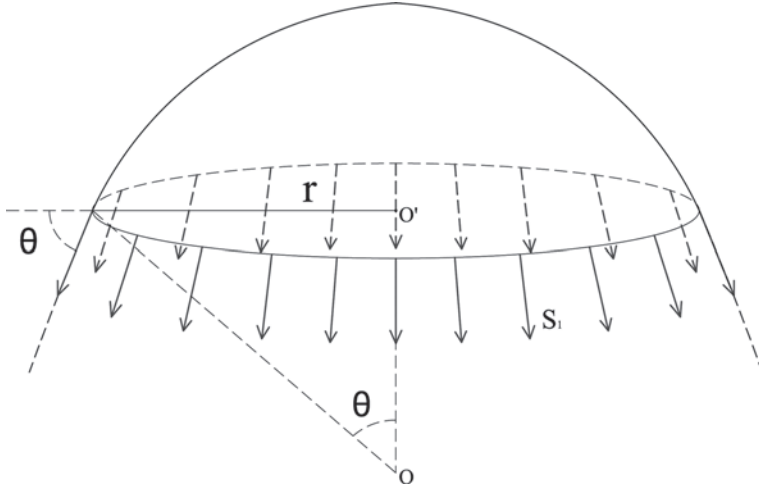


Figura 2.11. Calotta sezionata con un generico piano orizzontale e schema delle azioni S_1 lungo il piano di taglio

Per determinare gli sforzi S_2 è necessario eseguire l'equilibrio dell'elemento infinitesimo ABCD in direzione z del sistema di riferimento locale (z'). Quindi, con riferimento alla figura 2.11, si ha:

$$S_1 dl_2 \cdot \sin \frac{d\theta}{2} + (S_1 + dS_1) \left(dl_2 + d^2 l_2 \right) \cdot \sin \frac{d\theta}{2} + 2S_2 dl_1 \cdot \sin \frac{d}{2} \sin \theta = p dl_1 dl_2 \cos \theta \quad (2.12)$$

Trascurando gli infinitesimi di ordine superiore e semplificando si ottiene:

$$2S_1 dl_2 \cdot \sin \frac{d\theta}{2} + 2S_2 dl_1 \cdot \sin \frac{d}{2} \sin \theta = p dl_1 dl_2 \cos \theta \quad (2.13)$$

Considerando $\sin dq = dq$ e $\sin dj = dj$, si ricava:

$$2S_1 dl_2 \frac{d\theta}{2} + 2S_2 dl_1 \frac{d}{2} \sin \theta = p dl_1 dl_2 \cos \theta \quad (2.14)$$

E quindi:

$$S_1 \cdot R \sin \theta d\varphi \cdot d\theta + S_2 \cdot R d\theta \cdot d\varphi \sin \theta = p \cdot R d\theta \cdot R \sin \theta d\varphi \cdot \cos \theta \quad (2.15)$$

Dividendo per $R d\theta d\varphi \sin \theta$, si ottiene:

$$S_1 + S_2 = p \cdot R \cos \theta \quad (2.16)$$

Da cui, noto S_1 , è possibile determinare S_2 .

È importante sottolineare che, come si può vedere dall'equazione 2.11, gli sforzi S_1 sono sempre di compressione, mentre gli sforzi S_2 risultano di trazione o di compressione a seconda dell'angolo θ . In particolare, per la cupola semisferica soggetta a carico uniformemente distri-

buito (peso proprio, carico neve, ecc.), si ha che gli sforzi S_2 si annullano per un angolo θ pari a $51,8^\circ$. Da ciò deriva che la fascia all'imposta definita da un angolo pari a $38,2^\circ$ è soggetta a sforzi di trazione lungo i paralleli (si veda la figura 2.12).

Nelle cupole in muratura, l'insorgere di trazioni non efficacemente contrastate provoca la formazione di lesioni lungo i meridiani. Questo porta a un annullamento, nelle zone tese, delle azioni cerchianti che permettono alla struttura di assumere uno stato di sforzo membranale e pertanto possono insorgere flessioni lungo i meridiani (figura 2.13).

Anche la spinta orizzontale all'imposta varia in seguito alla formazione delle fessure lungo i meridiani. Infatti, nella cupola considerata, la spinta, pari a $S_1 \cos \theta$ dovrebbe teoricamente essere nulla all'imposta, dove l'angolo θ è 90° .

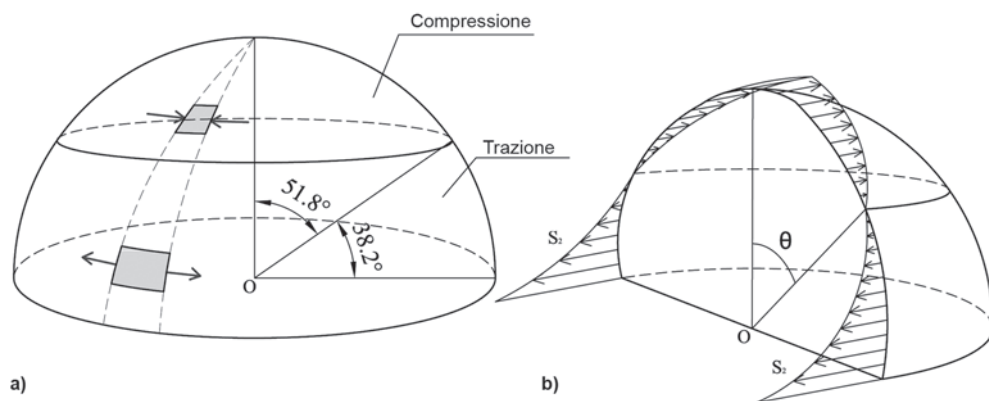


Figura 2.12. Cupola semisferica con indicazione della zona tesa e della zona compressa (a) e andamento degli sforzi S_2 (b)

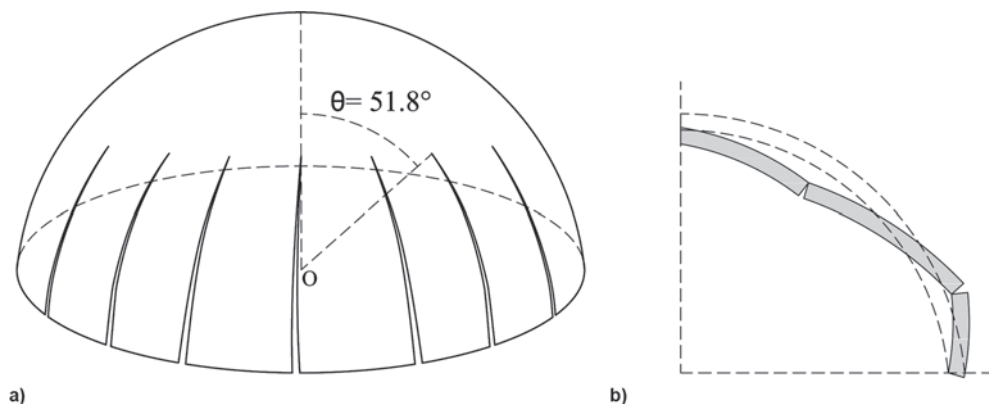


Figura 2.13. Andamento delle lesioni in una cupola semisferica (a) e schema della flessione di uno spicchio conseguente all'annullamento degli sforzi S_2 lungo i paralleli (b)

Nella realtà la fessurazione fa sì che la funicolare non coincida più con la linea media e di conseguenza la spinta non è più nulla, ma pari alla componente orizzontale degli sforzi S_1 al limite della zona integra (per θ pari a circa $51,8^\circ$)⁷⁵.

Bisogna precisare che nelle volte e nelle cupole in muratura lo sviluppo delle fessure è spesso ritardato in quanto la compressione lungo i meridiani porta a una dilatazione trasversale e a un aumento delle forze di attrito che si oppongono all'apertura delle lesioni (figura 2.14a). Se l'attrito è sufficiente per contrastare le trazioni lungo i paralleli, la volta non si fessurerà. Tuttavia, il graduale degrado dei materiali o eventuali azioni dinamiche portano a una riduzione delle forze di attrito che si oppongono agli sforzi di trazione e di conseguenza, quando tali forze vengono vinte, si ha la comparsa di lesioni. Anche dopo la fessurazione, grazie all'ingranamento tra i conci, sono ancora presenti forze di attrito che contrastano l'avanzare della fessurazione (2.14b). A conferma di questo si possono ricordare numerosi esempi di cupole in muratura che si sono fessurate solo dopo molti anni dal termine della loro edificazione⁷⁶.

Le stesse considerazioni fatte per la cupola possono essere estese a qualsiasi tipo di volta, così, indipendentemente dalla forma della generatrice e della geometria è possibile definire lo stato di sforzo membranale con semplici equazioni di equilibrio e con l'imposizione di opportune condizioni al contorno.

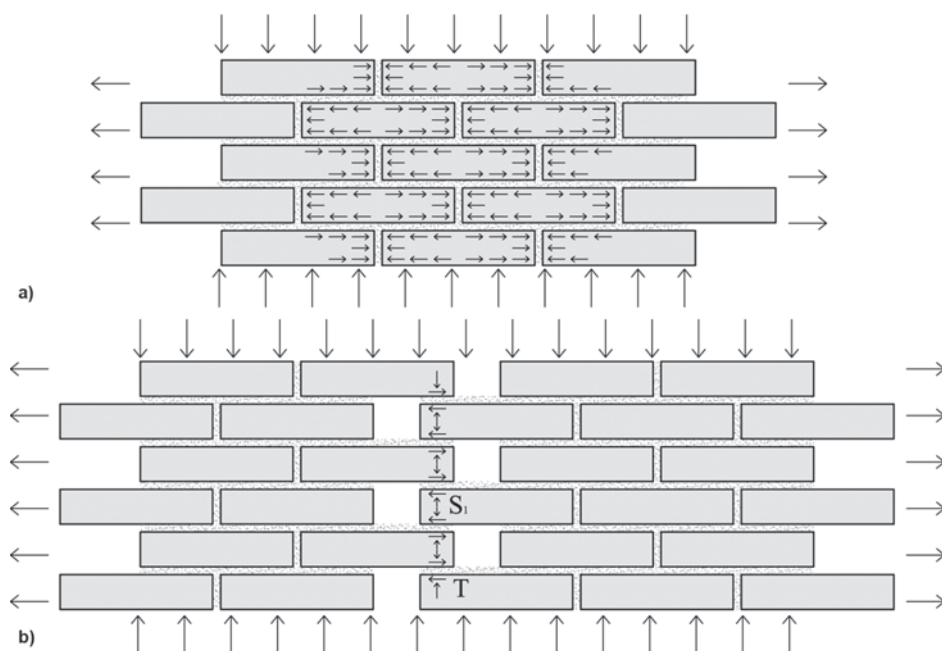


Figura 2.14. Schema delle forze che si oppongono all'apertura delle lesioni in una cupola in muratura prima della fessurazione (a) e dopo la fessurazione (b)

⁷⁵ Si rimanda al capitolo 4 per gli approfondimenti relativi alla valutazione della spinta all'imposta.

⁷⁶ Si ricorda per esempio la cupola di S. Pietro a Roma, i cui problemi statici iniziarono a manifestarsi solo dopo circa cinquant'anni dal termine della sua costruzione.

Dalla definizione delle sollecitazioni interne è possibile individuare eventuali sforzi di trazione, solitamente tangenti ai paralleli, e identificare quindi le aree soggette a fessurazione. La fessurazione lungo i meridiani fa sì che la linea delle pressioni degli archi che idealmente compongono la volta non coincida più con la linea media e l'eccentricità che si viene a creare genera azioni flettenti nello spessore della volta. A tutto ciò consegue una modifica dello stato tensionale della volta stessa e, pertanto, anche una variazione della spinta all'imposta, che, come verrà illustrato meglio nel capitolo 4, dal punto di vista pratico rappresenta uno degli elementi fondamentali per le verifiche di stabilità e per il dimensionamento di eventuali presidi.

2.3. Schemi statici e meccanismi di collasso

Generalmente le patologie strutturali che interessano le coperture voltate sono legate a tre principali meccanismi di danno:

- formazione di cerniere plastiche per flessione;
- rotazione alla base dei piedritti con conseguente cedimento delle imposte;
- slittamento relativo dei conci.

L'innescio di un meccanismo piuttosto che di un altro dipende da diversi fattori: dalla geometria della struttura (tipologia di volte, forma della direttrice e spessore), dalle condizioni di vincolo, dalle tecniche costruttive, dalle caratteristiche dei materiali impiegati, dai carichi attualmente agenti sulla struttura e dalla storia dei carichi che ha dovuto sopportare la volta (carichi sismici, carichi concentrati e poi rimossi che hanno lasciato un segno, ecc.). Quindi, in funzione delle caratteristiche della copertura voltata e delle condizioni al contorno vi sarà la tendenza da parte della struttura a sviluppare un determinato cinematismo.

Per esempio, può accadere che l'arco o la volta siano efficacemente contrastati da altre strutture spingenti affiancate, come nel caso delle volte dei portici o delle arcate dei ponti. In questi casi il collasso si può manifestare a causa dello sviluppo di sforzi flessionali e della conseguente formazione di cerniere plastiche lungo lo sviluppo dell'arco.

In molti altri casi, invece, le imposte non possono considerarsi fisse e i cinematismi coinvolgono anche i muri d'ambito. In queste condizioni l'innescio del meccanismo di collasso può avvenire, qualora la spinta orizzontale risulti troppo elevata, a causa delle rotazioni e degli spostamenti dei piedritti.

Il collasso per scorrimento tra i conci, spesso associato anche alla rotazione tra le superfici di frattura, si verifica più raramente rispetto ai meccanismi sopracitati e può svilupparsi o per una drastica riduzione delle caratteristiche meccaniche delle malte, con conseguente riduzione del coefficiente d'attrito, oppure nel caso di volte molto ribassate.

Di seguito verranno descritti i tre principali meccanismi di collasso.

2.3.1. Flessione nell'arco

Come è già stato illustrato, se, dato un generico carico applicato, l'arco avesse esattamente la forma della funicolare, allora ogni sezione dell'arco stesso sarebbe soggetta a soli sforzi di compressione.

Nella realtà però, nella maggior parte dei casi, gli archi presentano geometrie che si discostano dalla funicolare dei carichi (a tutto sesto, ribassate, ellittiche, a sesto acuto, ecc.). Per questo l'eccentricità che si sviluppa tra la linea delle pressioni e la linea media dell'arco porta alla formazione di sforzi flessionali. Fino a quando la risultante delle azioni resta interna al terzo medio ($e < s/6$), gli sforzi tra i conci sono ancora di compressione (figura 2.15, fase I). Quando la risultante esce dal terzo medio ($e > s/6$), la sezione si parzializza e si generano fessure, solitamente localizzate nei giunti tra i conci (figura 2.15, fase II).

La fessurazione non necessariamente rappresenta una patologia della struttura e in molti casi indica solo che la sezione non reagisce interamente. I problemi insorgono quando il materiale nella zona fessurata raggiunge il limite di plasticizzazione: in questo caso si ha la formazione di una cerniera, facilmente identificabile dalla presenza di fenomeni di schiacciamento nella zona compressa della sezione (figura 2.15, fase III).

Fino a quando nell'arco il numero di cerniere che si sono originate è inferiore o pari a 3, la struttura è ancora in equilibrio (figura 2.16a). La formazione di una quarta cerniera genera una labilità nel sistema e si ha il collasso della struttura (figura 2.16b).

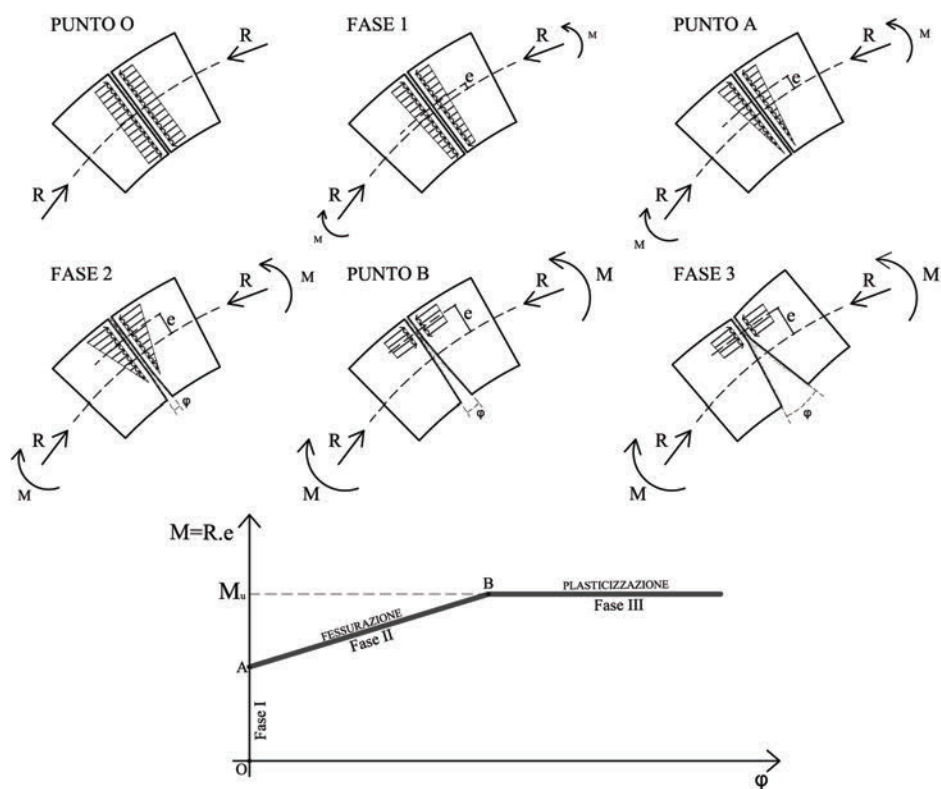


Figura 2.15. Stato di sforzo tra due conci di un arco in funzione dell'eccentricità della linea delle pressioni

Quindi, di per sé la presenza di tre cerniere non è sintomo di incipiente collasso, tuttavia significa che nella struttura c'è uno stato di sofferenza e che anche un piccolo aumento dei carichi o una riduzione delle caratteristiche meccaniche della muratura, causata per esempio dal degrado, potrebbe portare alla formazione della quarta cerniera, con conseguente collasso della struttura. Il collasso per flessione si manifesta generalmente quando le imposte sono fisse. Infatti, in questo caso, i cinematismi non interessano i piedritti e le cerniere si distribuiscono lungo lo sviluppo dell'arco.

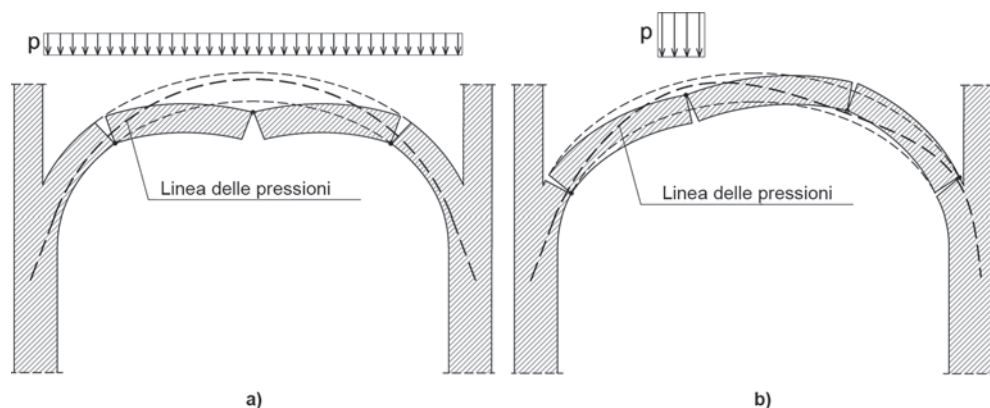


Figura 2.16. Formazione di tre cerniere in un arco soggetto a carico uniformemente distribuito (a) e meccanismo di collasso con formazione di quattro cerniere in un arco soggetto a carico asimmetrico (b)

La flessione in un arco è solitamente dovuta a carichi concentrati o non simmetrici. È frequente osservare dissesti dovuti a flessione in archi da ponte, dove, nonostante il contributo stabilizzante del riempimento, il carico eccentrico dei mezzi in transito può portare alla formazione di quattro cerniere.

Spesso anche nel caso di volte poste all'ultimo piano, nel sottotetto, è possibile l'innescio di cinematismi di collasso per flessione. Infatti, nella prassi costruttiva era abitudine comune far gravare parte della copertura anche sulle volte, magari rinforzandole con costoloni di irrigidimento. Oppure nel corso degli anni, per evitare deformazioni eccessive dell'orditura lignea della copertura, venivano rinforzate le travi facendo appoggiare i puntelli direttamente sulle volte. In entrambi i casi, se i carichi risultano troppo elevati, la volta, eccessivamente sollecitata, non è più in grado di trovare una configurazione di equilibrio con la formazione di sole tre cerniere: lo sviluppo della quarta cerniera porta al collasso della struttura.

Anche le volte in foglio, particolarmente sottili e leggere, non di rado manifestano problemi flessionali legati al fatto che, visto l'esiguo spessore, anche piccole eccentricità portano alla fuoriuscita della linea delle pressioni dal terzo medio.

Infine, i carichi sismici, che esercitano azioni orizzontali asimmetriche sulla struttura, possono far nascere flessioni e portare, nei casi più gravi, al crollo della copertura voltata.

In molti casi, tuttavia, il problema flessionale viene ridimensionato grazie alla presenza dei frenelli o del riempimento estradossale che, contrastando lo sviluppo delle deformazioni, impedisce l'insorgere di cinematismi di collasso flessionali.

2.3.2. Cedimento delle imposte

Gli archi e le volte possono assumere diverse configurazioni di equilibrio in funzione del loro spessore e dei carichi a essi applicati. Variando la posizione della linea delle pressioni, la struttura modifica il suo stato tensionale interno, con conseguente variazione della spinta orizzontale sui piedritti. Generalmente, in un arco caricato uniformemente, l'ottimizzazione dello stato di sollecitazione è tale per cui la funicolare dei carichi presenta la massima eccentricità in chiave e alle reni⁷⁷ (figura 2.17).

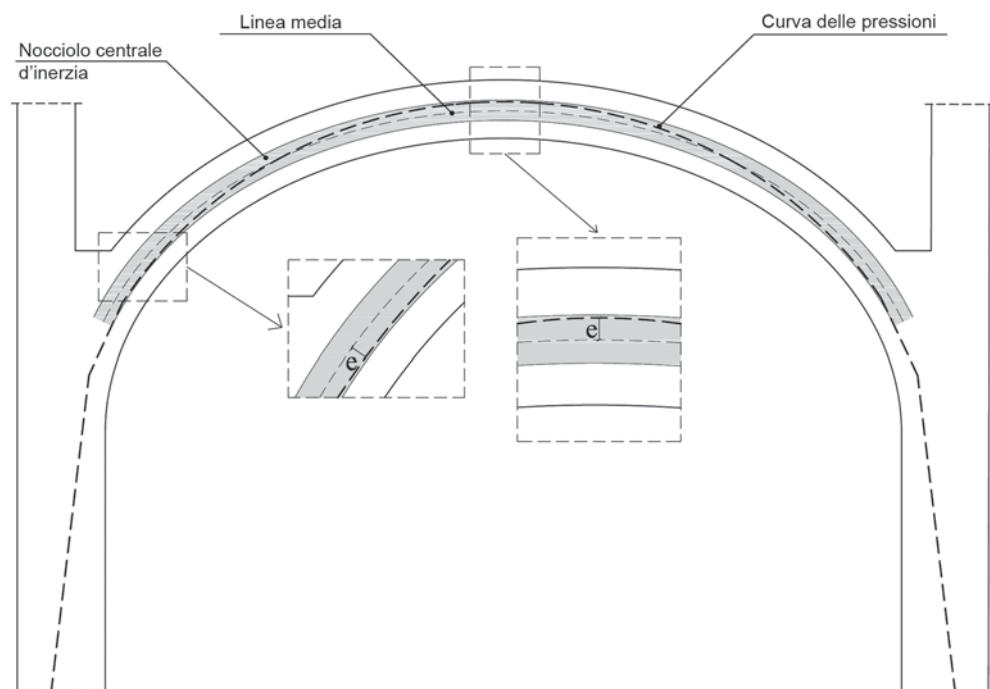


Figura 2.17. Rappresentazione della linea delle pressioni con indicazione dell'eccentricità in chiave e alle reni

Quando le imposte non sono fisse, allora l'eccentricità in chiave e alle reni aumenterà per ridurre al minimo la spinta orizzontale sui piedritti (figura 2.18a). La spinta può essere ridotta fino a quando le sezioni fessurate dell'arco non si plasticizzano (figura 2.18b). A quel punto, poiché si sono già formate tre cerniere plastiche, non è più possibile per la struttura variare ulteriormente la posizione della funicolare riducendo l'azione orizzontale sui piedritti. Se la spinta è ancora troppo elevata per essere contrastata efficacemente dai muri d'ambito o da eventuali presidi, si avrà la formazione di altre due cerniere plastiche alla base dei piedritti

⁷⁷ È noto infatti che per un arco a tutto sesto, nelle normali condizioni di carico, generalmente la funicolare esce dal nocciolo centrale d'inerzia in chiave verso l'estradosso e alle reni verso l'intradosso. Questo significa che le lesioni si formano in chiave all'intradosso e alle reni all'estradosso.

Le incognite sono le coordinate z_i , mentre le coordinate x_i della linea delle pressioni possono essere espresse in funzione delle incognite z_i e dell'angolo θ_i .

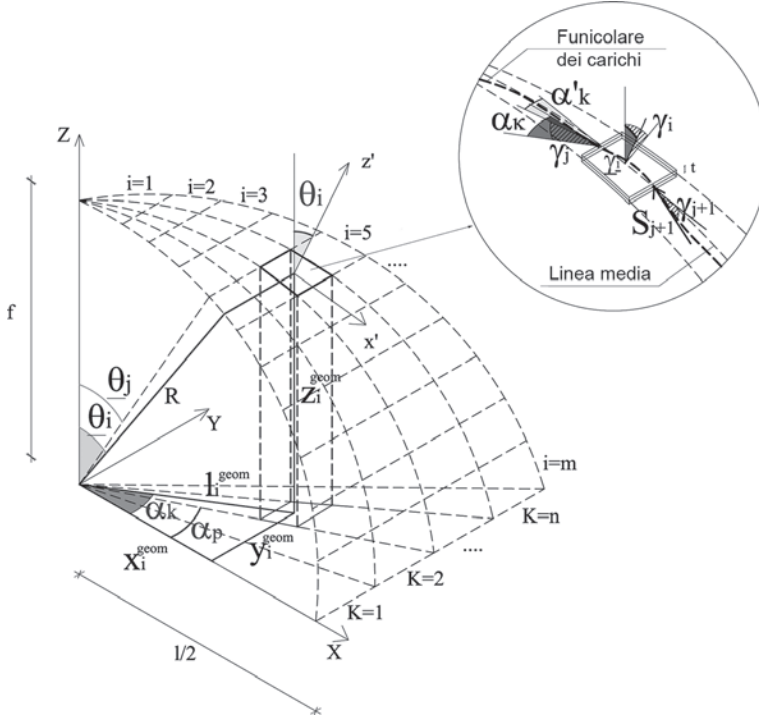


Figura 4.14. Volta a padiglione schematizzata come una serie di spicchi costituiti da blocchi rigidi e particolare di un blocco con la rappresentazione degli angoli α_k , α'_k , γ_i e γ_j

Poiché, come è stato spiegato, gli sforzi dovrebbero essere valutati all'interfaccia tra i blocchi, è possibile passare dalle coordinate della funicolare corrispondenti al centro di massa del blocco considerato, alle sue coordinate riferite all'interfaccia.

Con riferimento alla figura 4.14 si ha che:

$$|z'_i - z'_j| = |l'_i - l'_j| \cdot \tan \gamma_j \quad (4.15)$$

dove l'_j , che rappresenta la proiezione orizzontale della distanza fra l'origine del sistema di riferimento globale e l'interfaccia dell'elemento, è pari a:

$$l'_j = \frac{x_i^{geom}}{\cos \alpha_k} = z'_j \cdot \frac{\tan \theta_j}{\cos \alpha_k} \quad (4.16)$$

mentre γ_j , che è l'angolo che la tangente alla superficie funicolare forma con la proiezione orizzontale dell'asse x' del sistema di riferimento locale all'interfaccia tra i conci, vale:

$$\gamma_j = \arctan \left| \frac{z'_{i+1} - z'_i}{l'_{i+1} - l'_i} \right| \quad (4.17)$$

Quindi, combinando l'equazione (4.15) con l'equazione (4.16), si ottiene:

$$z_j^t = \frac{z_i^t + x_i^t \cdot \tan \gamma_j}{1 + \frac{\tan \theta_j}{\cos \alpha_k} \cdot \tan \gamma_j} \quad (4.18)$$

$$x_j^t = z_j^t \cdot \tan \theta_j \quad (4.19)$$

$$y_j^t = R \cdot \sin \theta_j \cdot \tan \alpha_k \quad (4.20)$$

A questo punto, con riferimento alla figura 4.15, dalle equazioni di equilibrio lungo l'asse z' , perpendicolare alla superficie della volta al centro dell'elemento, si ricava:

$$-S_j \cdot \sin(\gamma_i - \gamma_j) - S_{j+1} \cdot \sin(\gamma_{j+1} - \gamma_i) - W_i \cdot \cos \gamma_i = 0 \quad (4.21)$$

Da cui, semplificando e trascurando i termini del secondo ordine, si ottiene:

$$S_j = \frac{-W_i \cdot \cos \gamma_i}{\sin(\gamma_i - \gamma_j) + \sin(\gamma_{j+1} - \gamma_i)} \quad (4.22)$$

Il peso W_i di ogni blocco, identificato dagli angoli meridiani θ_j e θ_{j+1} e dagli angoli paralleli α_p e α_{p+1} , può essere calcolato come:

$$W_i = \rho \cdot t \cdot \int_{\theta_j}^{\theta_{j+1}} \int_{y_p}^{y_{p+1}} R d\theta dy = \rho \cdot t \cdot \int_{\theta_j}^{\theta_{j+1}} R^2 \cdot \sin \theta \cdot (\tan \alpha_{p+1} - \tan \alpha_p) d\theta \quad (4.23)$$

dove ρ è il peso per unità di volume, t è lo spessore della volta e α_p è l'angolo orizzontale tra l'asse X del sistema di riferimento globale e la proiezione della superficie laterale di un generico blocco nel piano orizzontale.

Se si considera la volta costituita da n spicchi aventi lo stesso angolo alla base α_k , la risultante del peso per ogni elemento è pari a:

$$W_i = \frac{\rho \cdot t \cdot R^2 (\cos \theta_j - \cos \theta_{j+1})}{n} \quad (4.24)$$

Inoltre, dall'equilibrio alla traslazione di un elemento lungo l'asse x' del sistema di riferimento locale, la risultante degli sforzi di taglio $T_{x\theta}$ risulta pari a:

$$T_{x\theta p+1} = S_j \cdot \cos(\gamma_i - \gamma_j)_k - S_{j+1} \cdot \cos(\gamma_{j+1} - \gamma_i) - W_i \cdot \sin \gamma_i + T_{x\theta p} \quad (4.25)$$

dove il pedice p indica la superficie laterale di un generico blocco.

Per simmetria, all'interfaccia $p=0$ tra gli spicchi al centro del fuso, corrispondente a $y=0$ nel sistema di riferimento globale, il taglio $T_{x\theta}$ è nullo.

Quindi, dall'equilibrio alla rotazione attorno all'asse z' , la risultante degli sforzi di taglio $T_{\theta x}$ risulta:

$$T_{\theta x j+1} = \frac{(T_{x\theta p} + T_{x\theta p+1}) \cdot \cos \alpha'_k \cdot \sin \theta_i \cdot (\tan \alpha_{p+1} - \tan \alpha_p)}{\theta_{j+1} - \theta_j} - T_{\theta x j} \quad (4.26)$$

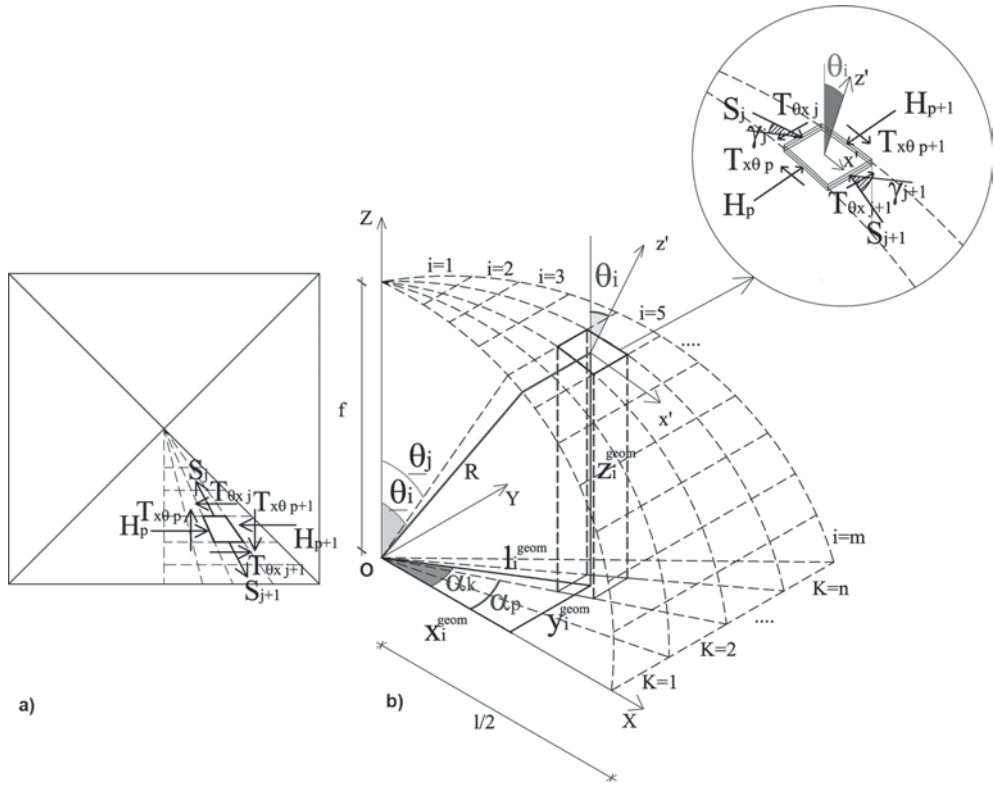


Figura 4.15. Vista dall'alto (a) e vista assonometrica (b) di una volta a padiglione con particolare delle forze S_j , H_p , $T_{x\theta p}$ e $T_{\theta x j}$ agenti su un generico elemento

con α'_k pari alla proiezione dell'angolo α_k nel piano tangente alla superficie funicolare al centro dell'elemento (si veda la figura 4.14):

$$\alpha'_k = \arcsin(\cos \gamma_j \cdot \sin \alpha_k) \quad (4.27)$$

Il taglio $T_{x\theta}^d$ lungo la diagonale può essere determinato attraverso l'equilibrio globale lungo l'asse Z di metà fuso, identificato da un angolo α_k che va da 0 a $\pi/4$ e da un angolo θ_j variabile che va da 0 a $\pi/4$:

$$\begin{aligned} \Sigma(T_{x\theta}^d \cdot \sin \gamma_i) &= -\rho \cdot t \cdot \int_0^{\theta_j} R^2 \cdot \sin \theta \cdot \left(\tan \frac{\pi}{4} - \tan \theta \right) d\theta - S_j \cdot \sin \gamma_j = \\ \rho \cdot t \cdot R^2 \cdot \cos(1 - \cos \theta_j) &- S_j \cdot \sin \gamma_j \end{aligned} \quad (4.28)$$

Quindi, per un generico elemento i lungo la diagonale, il taglio $T_{x\theta}^d$ vale:

$$T_{x\theta}^d = \frac{-W_{tot} - S_j \cdot \sin \gamma_j - \sum_{i=1}^{m-1} (T_{x\theta}^d \cdot \sin \gamma_i)}{\sin \gamma_i} \quad (4.29)$$

Nota la risultante degli sforzi di taglio lungo la diagonale, è possibile ricavare la forza orizzontale H_p lungo la diagonale (indicata con H_n):

$$H_n = T_{x\theta}^d \cdot \sin \alpha'_k \quad k = \pi/4 \quad (4.30)$$

Quindi, per l'equilibrio alla traslazione orizzontale di un generico elemento, la forza H_{p-1} lungo i paralleli è pari a:

$$H_{p-1} = H_p - T_{\theta x j} + T_{\theta x j+1} - S_j \sin \alpha'_k + S_{j+1} \cdot \sin \alpha'_k - T_{x\theta p} \cdot \sin \alpha'_k + T_{x\theta p+1} \cdot \sin \alpha'_k \quad (4.31)$$

Se H_p supera la resistenza a trazione della muratura, assunta pari a zero, si sviluppano lesioni lungo i meridiani e si verifica l'annullamento degli sforzi circonferenziali.

Quindi, per l'equilibrio orizzontale, si ha:

$$T_{\theta x j} + S_j \sin \alpha'_k + T_{x\theta p} \cdot \sin \alpha'_k = T_{\theta x j+1} + S_{j+1} \sin \alpha'_k + T_{x\theta p+1} \cdot \sin \alpha'_k \quad (4.32)$$

In seguito alla fessurazione, anche la forza $T_{x\theta}$ non può più essere trasferita e quindi, per l'equilibrio alla rotazione attorno all'asse z' , anche la risultante degli sforzi di taglio $T_{\theta x}$ all'interfaccia j e all'interfaccia $j+1$ sarà pari a zero.

Quindi, la forza S_j dopo la fessurazione, indicata con S_j^* , dipende solo dal peso W_i e dagli angoli α'_k e γ_j e diventa:

$$S^* = \sqrt{(S_{j-1} \cos \alpha'_k \cos \gamma_j)^2 + (S_{j-1} \cos \alpha'_k \sin \gamma_j + W)^2} \quad (4.33)$$

Il corrispondente angolo γ_j^* è pari a:

$$\gamma_j^* = -\arctan \frac{S_{j-1} \sin \gamma_{j-1} + W}{S_{j-1} \cos \gamma_{j-1}} \quad (4.34)$$

Noti S^* e γ_j^* è possibile ricavare la componente normale e la componente tangenziale all'interfaccia di ogni blocco, come segue:

$$N_j = S^* \cdot \cos(\theta_j - \gamma_j^*) \quad (4.35)$$

$$T_j = S^* \cdot \sin(\theta_j - \gamma_j^*) \quad (4.36)$$

Imponendo quindi le condizioni sul materiale si avrà:

$$\sqrt{T_j^2 + T_{\theta x}^2} \leq T_0 + N_j \quad (4.37)$$

dove $T_{\theta x}$ sarà diverso da zero solo nella porzione di volta non fessurata.

Inoltre, per definire completamente la posizione della superficie funicolare del carico, è necessario imporre una seconda condizione e in particolare, come è già stato illustrato, si impone che la massima eccentricità sia minima. L'eccentricità e_j della superficie funicolare, che rappresenta la funzione da minimizzare, è:

$$e_j = \Delta R = |R_j^{geom} - R_j^l| \quad (4.38)$$

dove R_j^{geom} rappresenta la distanza tra l'origine degli assi nel sistema di riferimento globale e un generico punto sulla linea media e vale:

$$R_i^{geom} = \sqrt{\frac{x_i^{geom}{}^2}{\cos\alpha_k} + (z_i^{geom})^2} \quad (4.39)$$

mentre R_j^t , che rappresenta la distanza tra l'origine del sistema di riferimento globale e un generico punto sulla superficie funicolare, vale:

$$R_i^t = \sqrt{(l_i^{geom})^2 + (z_i^t)^2} = \sqrt{\frac{x_i^{geom}{}^2}{\cos\alpha_k} + (z_i^t)^2} \quad (4.40)$$

La volta sarà in sicurezza quando:

$$t \geq 2\max\Delta R \quad (4.41)$$

La condizione rappresentata dalla formula (4.37) e la minimizzazione della funzione (4.38) consentono di definire completamente la posizione della superficie funicolare dei carichi e, pertanto, di ricavare lo stato di sforzo della volta e i suoi meccanismi di collasso.

Partendo quindi da una membrana iniziale, corrispondente alla superficie media, attraverso una procedura iterativa, basata sul teorema statico dell'analisi plastica, che minimizza l'eccentricità e impone il rispetto dei criteri di resistenza sul materiale, grazie a un semplice solver, disponibile anche per programmi di uso comune quali per esempio Excel, è possibile individuare in maniera rapida e rigorosa la superficie funicolare del carico che soddisfa tutte le condizioni assegnate.

Modificando le condizioni al contorno e le formule geometriche per la descrizione della superficie media, la procedura mostrata può essere facilmente applicata a qualsiasi tipo di volta o a un arco, dove, già a priori, non sono presenti sforzi circonferenziali. Inoltre, è possibile tener conto anche di condizioni di carico differenti da quella mostrata, per esempio del peso del riempimento o di carichi concentrati.

4.5. Verifiche di sicurezza degli archi

4.5.1. Generalità

Le verifiche di sicurezza degli archi possono distinguersi in:

- verifiche della stabilità dell'arco;
- verifiche della stabilità dei piedritti.

Le prime sono rappresentate dalle verifiche a flessione dell'arco, mentre le seconde riguardano la verifica di sicurezza dei piedritti nei confronti di eventuali meccanismi di ribaltamento. Ovviamente, a seconda delle condizioni di vincolo e dei carichi a cui è soggetto l'arco, può risultare maggiormente significativa una verifica rispetto a un'altra.

Nel caso di archi o strisce unitarie di volte in cui gli spostamenti delle imposte risultano impediti e vi è la presenza di carichi concentrati, come per esempio nel caso degli archi da ponte, soggetti al carico dei veicoli in transito, è importante valutare la sicurezza dell'arco e la possibilità di innesco di un meccanismo con formazione di quattro cerniere plastiche (figura 4.16).

- la forza S_2 , risultante degli sforzi circonferenziali riferiti allo spessore s e a una lunghezza unitaria, pari a:

$$S_2 = -\frac{\rho_m \cdot s}{R} \cdot \cos \theta \cdot (y^2 - R^2 \cdot \sin^2 \theta) + \rho_m \cdot s \cdot R \cdot \cos^2 \theta - 4\rho_m \cdot s \cdot R \cdot \sin^2 \theta \cdot \cos \theta - \frac{S_d}{\cos^2 \omega} \quad (4.75)$$

con

$$\omega = \tan^{-1}(\cos \theta) \quad (4.76)$$

- la forza S_d , risultante degli sforzi perpendicolari alla diagonale riferiti allo spessore s e a una lunghezza unitaria, pari a:

$$S_d = \frac{2 \cdot \rho_m \cdot s \cdot R \cdot (2 \cos \theta - \cos^2 \theta - 1)}{1 - \cos^4 \theta} \quad (4.77)$$

- la spinta all'imposta¹⁷⁶, pari a:

$$H = S_1 \cdot \cos \theta = -\rho_m \cdot s \cdot R \cos^2 \theta \quad (4.78)$$

Poiché la soluzione membranale si basa sull'ipotesi che la funicolare del carico coincida in ogni punto con la linea media della volta, essa, come è già stato detto, può essere applicata nella sua forma classica a volte molto ribassate (con rapporti freccia/luce inferiore a 1/5). Tuttavia, anche per volte con rapporti freccia/luce maggiore, è possibile ricavare la spinta orizzontale sui muri perimetrali, non valutandola all'imposta, ma nel punto, lungo lo spicchio considerato, in cui l'eccentricità è massima e quindi nel punto in cui, plausibilmente, si potrebbe formare una cerniera.

In particolare, alla luce di quanto sopra illustrato, l'eccentricità massima, per volte con direttrice a tutto sesto, corrisponde a un angolo θ di circa 65° , tuttavia, in seguito all'estensione delle lesioni fino a circa 52° , venendo a mancare l'effetto cerchiante degli sforzi lungo i paralleli, la spinta rimane costante per angoli θ superiori a 52° . Questo significa che, per valutare la spinta nel punto in cui l'eccentricità è massima, basta determinarla nel punto in cui iniziano a svilupparsi le lesioni nella direzione dei meridiani (per θ pari a 52°). In questo modo, per casi semplici, in cui la volta non è soggetta a carichi concentrati e in cui non si ritiene necessario valutare la sicurezza strutturale nei confronti di meccanismi flessionali, con opportuni accorgimenti, è possibile determinare con semplici formule in forma chiusa, sia la spinta all'imposta (relazione 4.78), sia gli sforzi di trazione lungo le diagonali (relazione 4.77). Quando le volte a padiglione sono impostate su una pianta rettangolare allungata, per le porzioni di testa valgono le stesse considerazioni fatte per le volte a padiglione, mentre le porzioni centrali possono essere trattate come volte a botte.

¹⁷⁶ La spinta all'imposta ricavata con la teoria membranale è costante lungo l'imposta, infatti la (4.78) non è funzione della coordinata y , ma solo dell'angolo θ .

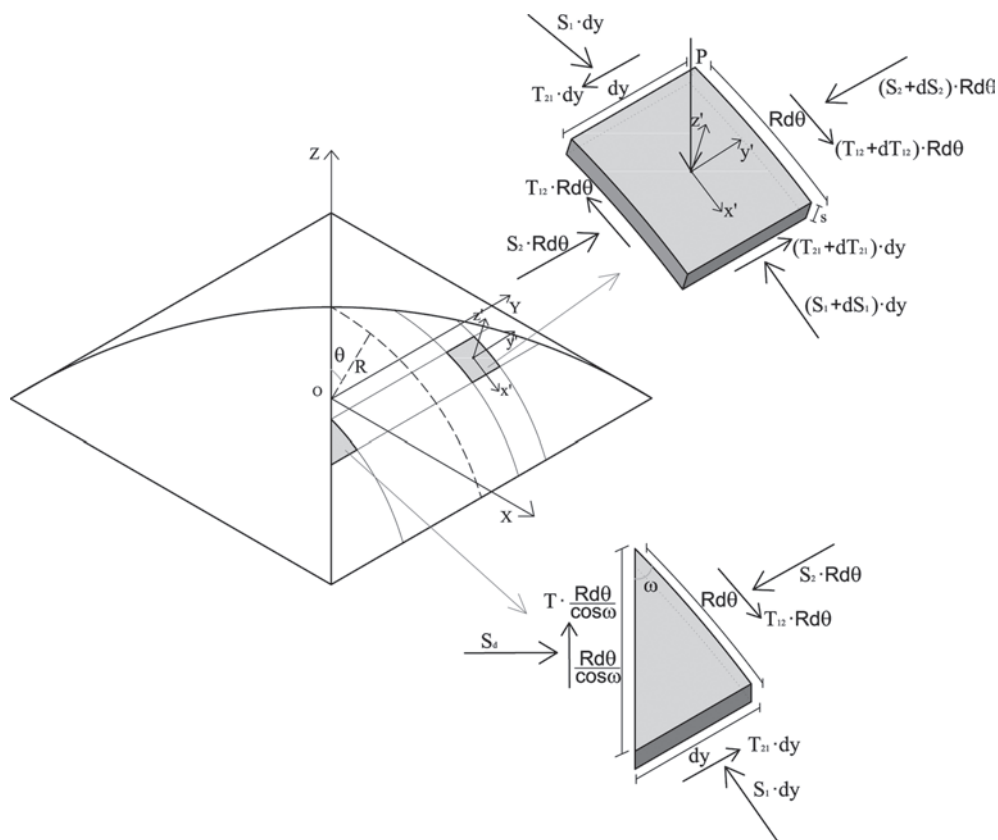


Figura 4.53. Volta a padiglione con schema degli sforzi membranali agenti su un generico elemento delimitato da due meridiani e da due paralleli e su un generico elemento in corrispondenza della diagonale

4.6.4. Volte a crociera

Anche nelle volte a crociera, così come nelle volte a padiglione, gli effetti tridimensionali assumono una rilevanza fondamentale, tuttavia, per la conformazione della volta stessa¹⁷⁷, in questo caso è comunque possibile utilizzare schemi semplificati, riconducendo il comportamento della struttura a quello di una serie di archi affiancati. Infatti, ogni unghia della volta a crociera può essere vista come una successione di archi aventi freccia e luce decrescente andando dal perimetro esterno verso il centro della volta. Ognuno di questi archi trasferisce all'arcone diagonale una forza S , che può essere scomposta in una forza verticale V e in una forza orizzontale R (figura 4.54). La forza R può a sua volta essere scomposta in un'azione

¹⁷⁷ Poiché la volta a crociera appoggia su elementi isolati anziché su murature continue, la spinta è concentrata nei quattro angoli e pertanto è possibile valutarla come somma delle spinte trasferite dai singoli archi: anche se all'interno delle unghie si creassero sforzi di taglio tra archi attigui, la risultante delle spinte non varierebbe.

perpendicolare all'arcone (N) e in un'azione parallela all'arcone (T): la forza N è contrastata dalla spinta degli archi dell'unghia adiacente, mentre le forze T e V vengono trasferite dall'arcone stesso ai piedritti (figura 4.55). Per valutare la spinta che la volta esercita agli appoggi è necessario valutare la spinta minima che ogni arco appartenente alle unghie trasferisce all'arco diagonale: la spinta H all'imposta sarà pari alla somma di tutte le componenti T agenti sulla diagonale.

Per quanto riguarda la flessione nella volta, come già accennato nel capitolo 2, gli archi che costituiscono le unghie potrebbero presentare gli stessi problemi che interessano gli archi isolati e pertanto sarebbe necessario eseguire anche la verifica flessionale degli archi più sollecitati, ossia di quelli con sviluppo maggiore, posizionati lungo il perimetro della volta.

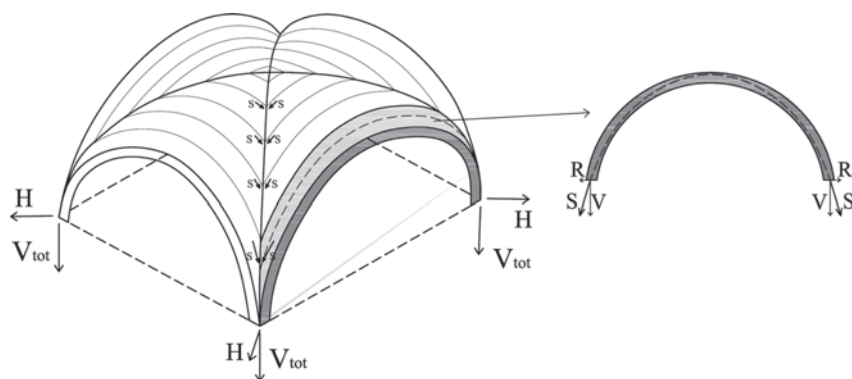


Figura 4.54. Volta a crociera con schema delle forze che le unghie trasferiscono all'arcone diagonale

Infine, per valutare la sicurezza strutturale della volta, sarebbe opportuno eseguire le verifiche a flessione degli arconi diagonali, ipotizzando che su di essi agisca, oltre al peso proprio, anche il carico agente sull'area di competenza dell'arcone stesso.

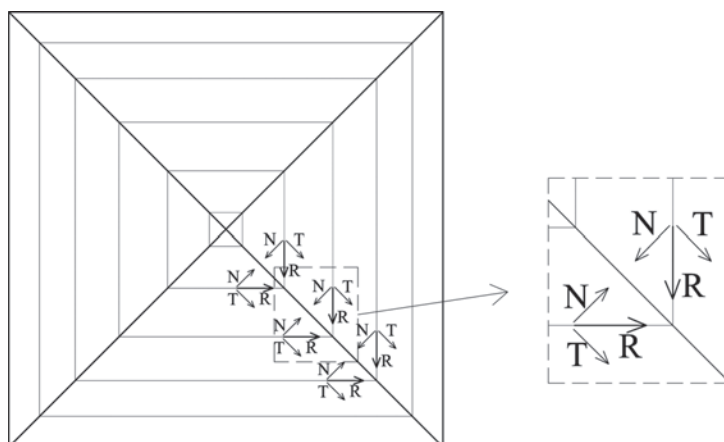


Figura 4.55. Pianta di una volta a crociera con schema delle forze che le unghie trasferiscono all'arcone diagonale

4.6.5. Cupole

Nelle cupole, in assenza di carichi concentrati o asimmetrici, nello stato iniziale, lo stato di sforzo è di tipo membranale, con azioni assiali e di taglio agenti nel piano tangente al generico punto e uniformemente ripartite nello spessore. Generalmente, però, nella fascia in prossimità dell'imposta si sviluppano sforzi di trazione lungo i paralleli che portano alla formazione di lesioni nella direzione dei meridiani. Tali lesioni annullano gli sforzi circonferenziali nella zona fessurata e, di conseguenza, la superficie funicolare si allontana dalla superficie media e si generano sforzi flessionali (figura 4.56).

Nonostante le lesioni, ogni spicchio che compone la cupola interagisce ancora con gli spicchi a fianco nella zona non fessurata e pertanto, anche dopo la fessurazione, così come per la volta a padiglione, gli effetti tridimensionali risultano di fondamentale importanza e non possono essere trascurati.

Per questo, l'analisi di una cupola non può essere ricondotta allo studio di un arco in quanto sia la valutazione della sicurezza flessionale, sia la spinta all'imposta risulterebbero non realistici.

Infatti, sono numerosi i casi di cupole con spessore sottile che, pur presentando lesioni lungo i

meridiani in corrispondenza dell'imposta, sono prive di fessure lungo i paralleli e si mantengono perfettamente in equilibrio. Tuttavia, se per tali cupole venisse eseguita una verifica a flessione di un singolo spicchio con lo schema ad archi, quasi sicuramente si otterrebbe che essa non è soddisfatta, nonostante l'evidenza mostri il contrario. Questo è giustificato dal fatto che, considerando la cupola come una serie di spicchi indipendenti, la linea delle pressioni presenterebbe eccentricità massime in chiave e alle reni, ma nella realtà, grazie all'interazione tra gli spicchi, si verifica una notevole riduzione dell'eccentricità della linea delle pressioni ed essa si discosta maggiormente dalla linea media all'incirca a $1/3$ e a $2/3$ dello sviluppo dell'arco.

È evidente, quindi, che gli strumenti più indicati per la valutazione della sicurezza di una cupola e per la determinazione della sua spinta all'imposta sono quelli in grado di tener conto anche degli effetti tridimensionali.

Tra i vari metodi illustrati nel presente capitolo, lo strumento più semplice e allo stesso tempo accurato per la verifica delle cupole è quello basato sull'analisi limite con ipotesi di limitato scorrimento tra i conci. L'applicazione di questa procedura consente di determinare lo stato di sforzo interno di una generica cupola e di valutare con buona approssimazione sia la sicurezza

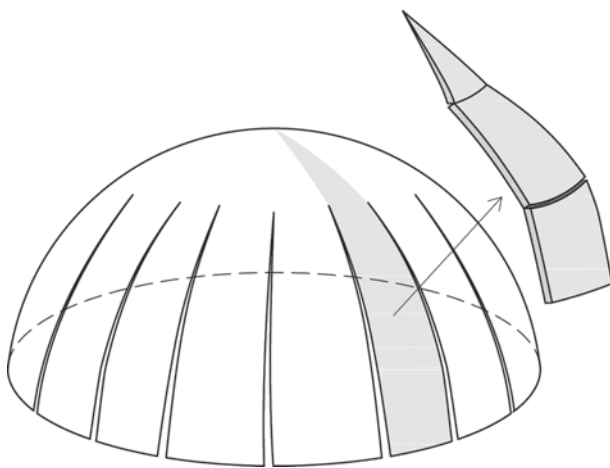


Figura 4.56. Schema di una cupola con le tipiche fessure lungo i meridiani e meccanismo di flessione di uno spicchio

Il foro può essere eseguito con l'ausilio di acqua, che ha la funzione di asportare i residui del taglio e di raffreddare la corona diamantata e la muratura. Quando l'utilizzo dell'acqua è ritenuto dannoso, per la presenza di eventuali affreschi o decorazioni, allora è preferibile procedere a secco, sostituendo l'acqua con aria in pressione.

Grazie all'impiego delle carotatrici è possibile eseguire fori anche in murature con spessori particolarmente importanti senza creare problemi alla struttura. Qualora la muratura abbia caratteristiche meccaniche scadenti, per garantire l'efficacia dell'ancoraggio delle catene, sia esso

realizzato con piastre di contrasto esterne o con ancoraggi iniettati, è possibile procedere, prima del carotaggio, al consolidamento preventivo della porzione di parete attorno al foro con malte di calce a base pozzolanica o, comunque, con materiali compatibili con la muratura esistente (figura 6.9).

Dopo aver eventualmente consolidato la muratura e dopo aver realizzato i fori per l'alloggiamento del tirante, va inserita la barra in acciaio, fissata alle estremità con piastre di contrasto o con ancoraggi iniettati²²⁷.

Di solito la barra è costituita da due spezzoni collegati tramite un tenditore. Il tenditore consente di mettere in trazione la barra in acciaio: nella maggior parte dei casi i tiranti vengono messi in opera con una presollecitazione pari alla spinta calcolata in condizioni di esercizio per i soli carichi permanenti, tuttavia, se l'arco non è fessurato e i tiranti sono posti in opera solo quali presidi antisismici, allora non va applicata nessuna tensione iniziale.

Il tenditore può essere realizzato in diversi modi²²⁸. Il tipo di tenditore più comune è costituito da un cilindro in acciaio con doppia filettatura entro cui è alloggiata la barra (figura 6.10). In questo caso, per la messa in tensione è necessaria la presenza di più operatori: uno che, ruotando il tenditore con l'ausilio di una chiave inglese con braccio piuttosto lungo, produca l'avvicinamento dei due spezzoni di catena e, di conseguenza, imprima una tensione nel



Figura 6.9. Carotatrice impiegata per la realizzazione di fori per la messa in opera di ancoraggi iniettati. Si noti la presenza di piccoli fori eseguiti attorno al foro principale, realizzati preventivamente per consolidare la muratura prima della carotatura e della realizzazione dell'ancoraggio

²²⁷ Si precisa che, nel caso di ancoraggi iniettati, è importante che l'iniezione della resina o della malta, specialmente se tixotropica, sia eseguita solo dopo l'inserimento della catena, per evitare che la pressione esercitata dalla barra durante la sua messa in opera causi una dispersione della malta all'interno della muratura e, quindi, generi la formazione di vuoti attorno alla barra stessa.

²²⁸ Indipendentemente da come è realizzato il tenditore, dal punto di vista strutturale, è necessario che esso sia dimensionato e realizzato in modo da garantire una resistenza minima a trazione pari alla resistenza del tirante.

tirante; due che, con tenaglie o giratubi, impediscano la torsione dei due spezzoni di catena. Un'alternativa al tenditore cilindrico è rappresentata dalla messa in opera di 2 o 4 barre filettate²²⁹, di lunghezza pari a $20 \div 30$ cm, inserite in due cilindri cavi saldati ai due spezzoni di catena (figura 6.11). Per la messa in tensione della catena è sufficiente un solo operatore che, agendo sui dadi delle barre filettate, fa avvicinare i due spezzoni della catena. Terminata la messa in tensione, i due spezzoni vengono saldati e i cilindri e le barre filettate vengono rimosse.

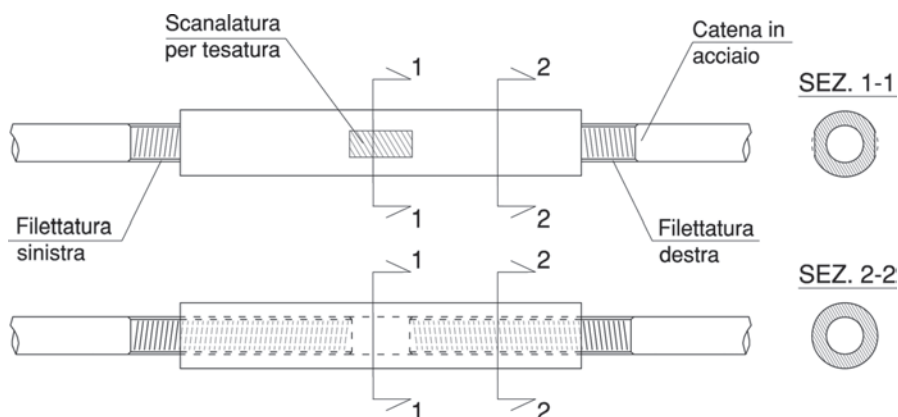


Figura 6.10. Schema di un tenditore a cilindro con filettatura destra e sinistra

Questo sistema, rispetto a quello illustrato precedentemente, ha il vantaggio di richiedere un numero di persone inferiore per la messa in tensione, tuttavia presenta lo svantaggio di non consentire l'applicazione di ulteriori presollecitazioni nel tirante in tempi successivi, che si potrebbero rendere necessarie per esempio se si verificasse un rilassamento dell'acciaio.

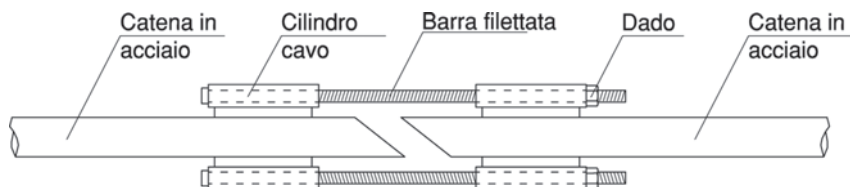


Figura 6.11. Schema di un sistema per la messa in tensione composto da barre filettate e dadi

Indipendentemente dal tipo di tenditore utilizzato o dal metodo impiegato per applicare la presollecitazione, è importante tener monitorata la tensione nella catena.

²²⁹ Il numero delle barre filettate dipende dalle dimensioni della catena: l'area totale delle barre filettate deve essere maggiore dell'area della catena, inoltre le barre filettate devono sempre essere in numero pari, in modo da evitare lo sviluppo di sforzi flessionali nella catena.

Anche per la valutazione della tensione applicata è possibile ricorrere a diverse metodologie. I metodi più affidabili si basano sulla misura della deformazione assiale della catena, dalla quale è possibile risalire agli sforzi di trazione attraverso la formula:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (6.21)$$

dove

σ rappresenta gli sforzi di trazione nella catena

E è il modulo elastico dell'acciaio

ε è la deformazione, pari al rapporto tra l'allungamento misurato (ΔL) e la lunghezza della base di misura (L).

La precisione nella valutazione della presollecitazione applicata dipende dalla lunghezza della base di misura e dalla precisione nel rilevamento dell'allungamento: maggiore è la base di misura, minore può essere la precisione nella valutazione dell'allungamento e viceversa.

Per la determinazione della deformazione, si può ricorrere, per esempio, all'utilizzo di un deformometro millesimale removibile²³⁰. In questo caso la deformazione assiale viene definita applicando sulla catena due piastrine in acciaio invar²³¹ e misurando la variazione di lunghezza della catena tra le due piastrine²³². Conoscendo l'area della catena (A_c), si ricava la presollecitazione applicata (F_{c0}), che è pari a:

$$F_{c0} = \sigma \cdot A_c = E \cdot \varepsilon \cdot A_c = E \cdot \frac{\Delta L}{L} \cdot A_c \quad (6.22)$$

dove

ΔL è la variazione di lunghezza misurata

L è la lunghezza della base di misura, che corrisponde alla distanza tra le due piastrine in acciaio invar.

Si precisa che, per un adeguato controllo del tiro impresso, è necessario che il deformometro abbia una precisione di $\pm 0,001$ mm.

A volte, per valutare il tiro impresso alle catene viene impropriamente impiegata la chiave dinamometrica²³³.

La chiave dinamometrica fornisce una coppia di serraggio, dalla quale si può ricavare il tiro esercitato sulla catena attraverso la formula:

$$F_{c0} = \frac{M_{serr}}{k \cdot d_n \cdot A_{res} \cdot f_t} \quad (6.23)$$

dove

M_{serr} rappresenta la coppia di serraggio

²³⁰ Si veda il paragrafo 3.6.

²³¹ Le piastrine vanno posizionate sull'asse baricentrico, dove eventuali sforzi flessionali dovuti al peso della catena si annullano.

²³² La distanza tra le piastrine in acciaio invar dipende dal tipo di deformometro e, solitamente, è pari a 30 cm.

²³³ La chiave dinamometrica è una chiave a cricchetto che permette di regolare con precisione la coppia di serraggio applicata a una vite.

k è un fattore che lega la forza di precarico e il momento di serraggio

d_n è il diametro nominale della catena

A_{res} è l'area resistente della catena.

La valutazione del tiro della catena dipende, quindi dal fattore k , che può variare sensibilmente a seconda del tipo di materiale, dal tipo di filettatura e dalle condizioni della superficie²³⁴. Per questo, l'impiego della chiave dinamometrioca non può fornire valori affidabili della presollecitazione esercitata sulla catena, ma consente solo di ottenere un'indicazione sull'ordine di grandezza della forza applicata.

Poiché un errore nella valutazione del tiro potrebbe portare a sovrasollecitazioni dannose sia per la struttura voltata, sia per il tirante stesso, è buona norma evitare l'uso della chiave dinamometrica per l'applicazione della presollecitazione ai tiranti metallici.

6.4. Catene estradossali

6.4.1. Generalità

Quando, per questioni estetiche, le catene non possono essere messe in opera all'intradosso degli archi o delle volte, per il contenimento della spinta è possibile ricorrere alle catene estradossali che, rispetto a quelle intradossali, presentano il vantaggio di non modificare la percezione dell'architettura o la fruibilità dello spazio interno.

Tuttavia, come già illustrato nel paragrafo 4.5.4, la messa in opera di catene estradossali può portare a una modifica del cinemismo di collasso del sistema arco-piedritti, portando allo sviluppo di due ulteriori cerniere plastiche sui piedritti stessi, in corrispondenza delle reni, dove effettivamente agisce la spinta orizzontale della struttura voltata (figura 6.12).

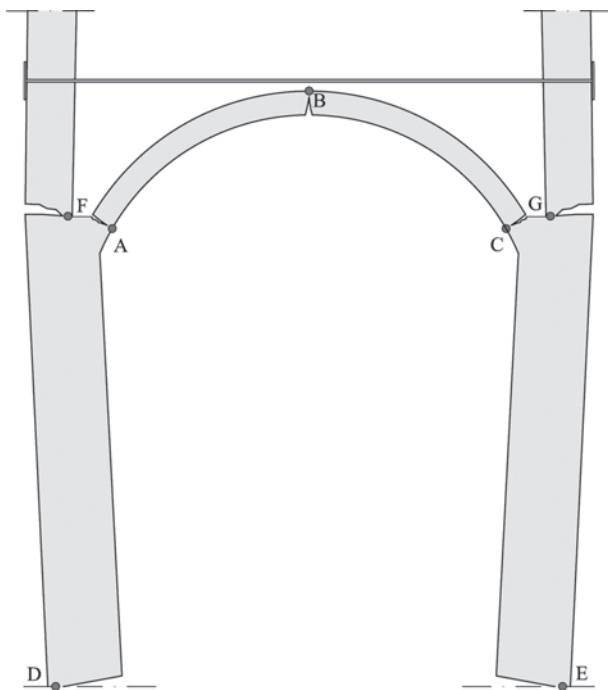


Figura 6.12. Schema del possibile meccanismo di collasso in un generico sistema arco-piedritto con incatenamento estradossale

²³⁴ Il fattore k per i bulloni può variare da 0,1 a 0,22 ed è solitamente indicato dal produttore. Per le catene non esistono indicazioni precise sulla stima di questo fattore.

Per questo, le catene estradossali forniscono un'adeguata azione di contenimento delle spinte solo se sono presenti elevate azioni verticali sulle murature, in grado di contrastare il meccanismo di rotazione della porzione superiore del piedritto.

Per valutare se il carico verticale è sufficiente a impedire l'attivazione di questo meccanismo è necessario determinare la spinta minima esercitata dall'arco o dalla volta sulle murature perimetrali, attraverso le formule riportate nel paragrafo 4.5.3, determinare il tiro nella catena, attraverso la relazione (4.62) e ricavare il coefficiente di sicurezza del piedritto con la formula (4.64). Se il coefficiente di sicurezza è maggiore di 1, allora il carico verticale sarà sufficiente a inibire la formazione delle cerniere sui piedritti, il che accade generalmente per le volte poste al piano terra degli edifici storici a più piani. Se il coefficiente di sicurezza è minore di 1, allora il peso della muratura superiore è troppo limitato per contrastare la rotazione della porzione di piedritto al di sopra delle reni e, pertanto, sarà necessario inserire ulteriori presidi.

In questo caso, le soluzioni più efficaci consistono nella messa in opera di tiranti verticali che, opportunamente pretesi, consentono di incrementare il carico verticale²³⁵, oppure nella realizzazione di catene a braga in cui la catena orizzontale viene realizzata con un elemento talmente rigido da impedirne la deformazione.

Di seguito verranno illustrati i due metodi per contrastare l'attivazione del cinematismo di collasso con formazione di due ulteriori cerniere sui piedritti e verranno fornite le principali formule per il dimensionamento dei presidi.

6.4.2. Catene con tiranti orizzontali e verticali

Quando la messa in opera della catena estradossale genera l'attivazione del meccanismo di collasso con formazione di due cerniere sui piedritti in corrispondenza delle reni dell'arco o della volta, per contrastare tale meccanismo è possibile inserire due tiranti verticali.

La catena verticale deve essere dimensionata in modo da impedire il ribaltamento della porzione superiore del piedritto. Quindi, con riferimento alla figura 6.13, imponendo l'equilibrio alla rotazione attorno alla cerniera in F, il tiro minimo della catena verticale (F_{cv}) è pari a:

$$F_{cv} = \frac{F_c \cdot (h_c - h_0) - W_2 \cdot (b/2 - b'/2)}{(b_v - b'/2)} \quad (6.24)$$

dove b_v è la distanza tra l'asse baricentrico della catena verticale e il limite interno del piedritto.

Noto il tiro F_{cv} che deve sopportare il tirante verticale, l'area minima (A_{cv}) si ricava, come per le catene orizzontali, attraverso la formula:

$$A_{cv} = \frac{F_{cv} \cdot \gamma_{M0}}{f_{yk}} \quad (6.25)$$

I tiranti verticali possono essere messi in opera attraverso la realizzazione di un foro verticale eseguito con carotatrice oppure ricorrendo a una scanalatura eseguita sul paramento esterno.

²³⁵ Giuriani E., Gubana A., 1995; Giuriani E., 2012.

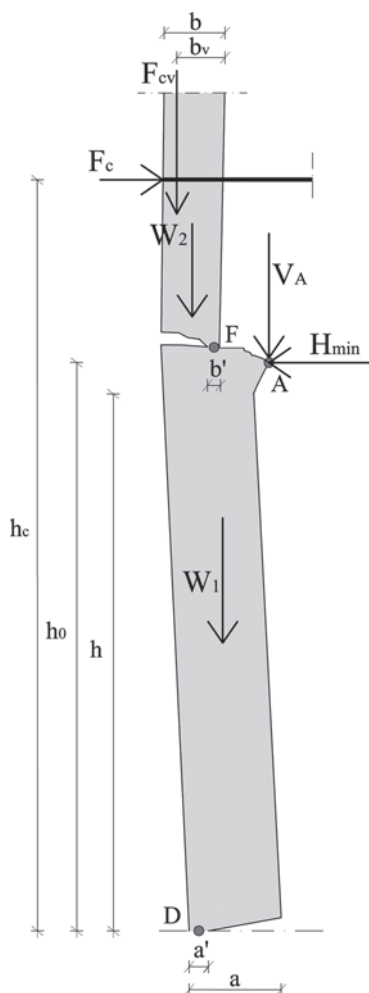


Figura 6.13. Schema delle forze agenti sul piedritto in presenza di un tirante orizzontale estradossale e di un tirante verticale

In ogni caso, per poter mettere in tensione il tirante, è necessario che esso sia dotato di una piastra di ancoraggio superiore, con dado e controdado, e di un contrasto nella parte inferiore, realizzato o attraverso una piastra in acciaio o attraverso un ancoraggio iniettato.

6.4.3. Catene a braga

Quando l'inserimento di catene verticali, per le problematiche legate alla realizzazione del foro o della scanalatura in particolari condizioni, appare troppo invasivo o risulta difficoltoso dal punto vista operativo, allora, per evitare l'attivazione del cinematismo di collasso associato alla messa in opera di catene estradossali, è possibile ricorrere a catene a braga opportunamente dimensionate.

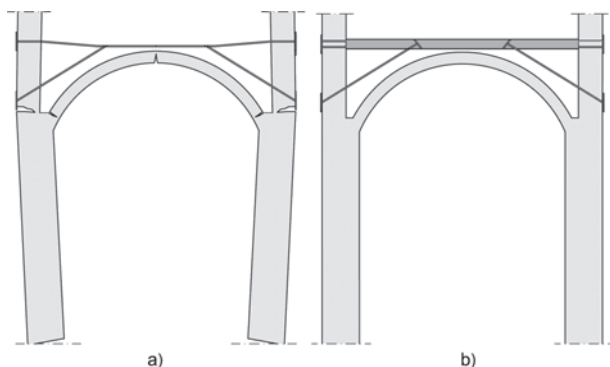


Figura 6.14. Arco rinforzato con catena a braga: con elemento orizzontale non deformabile (a), con elemento orizzontale sufficientemente rigido da impedire la deformazione dell'arco (b)

Come è già stato illustrato nel paragrafo 1.5.3, le catene a braga impiegate in passato, nonostante si basassero sulla corretta intuizione di trasferire l'effetto dei tiranti alla zona delle reni, non riuscivano di fatto a impedire l'innescio del meccanismo di rotazione dei piedritti in quanto l'elemento orizzontale, sollecitato dalle saette, tendeva a flettersi, perdendo pertanto la sua efficacia (figura 6.14a).

Per questo, affinché le catene a braga siano effettivamente efficaci, è necessario che l'elemento orizzontale sia abbastanza rigido da non deformarsi eccessivamente sotto l'azione dei braghettoni inclinati (figura 6.14b).

Per limitare le deformazioni, l'elemento orizzontale, solitamente costituito da una putrella in

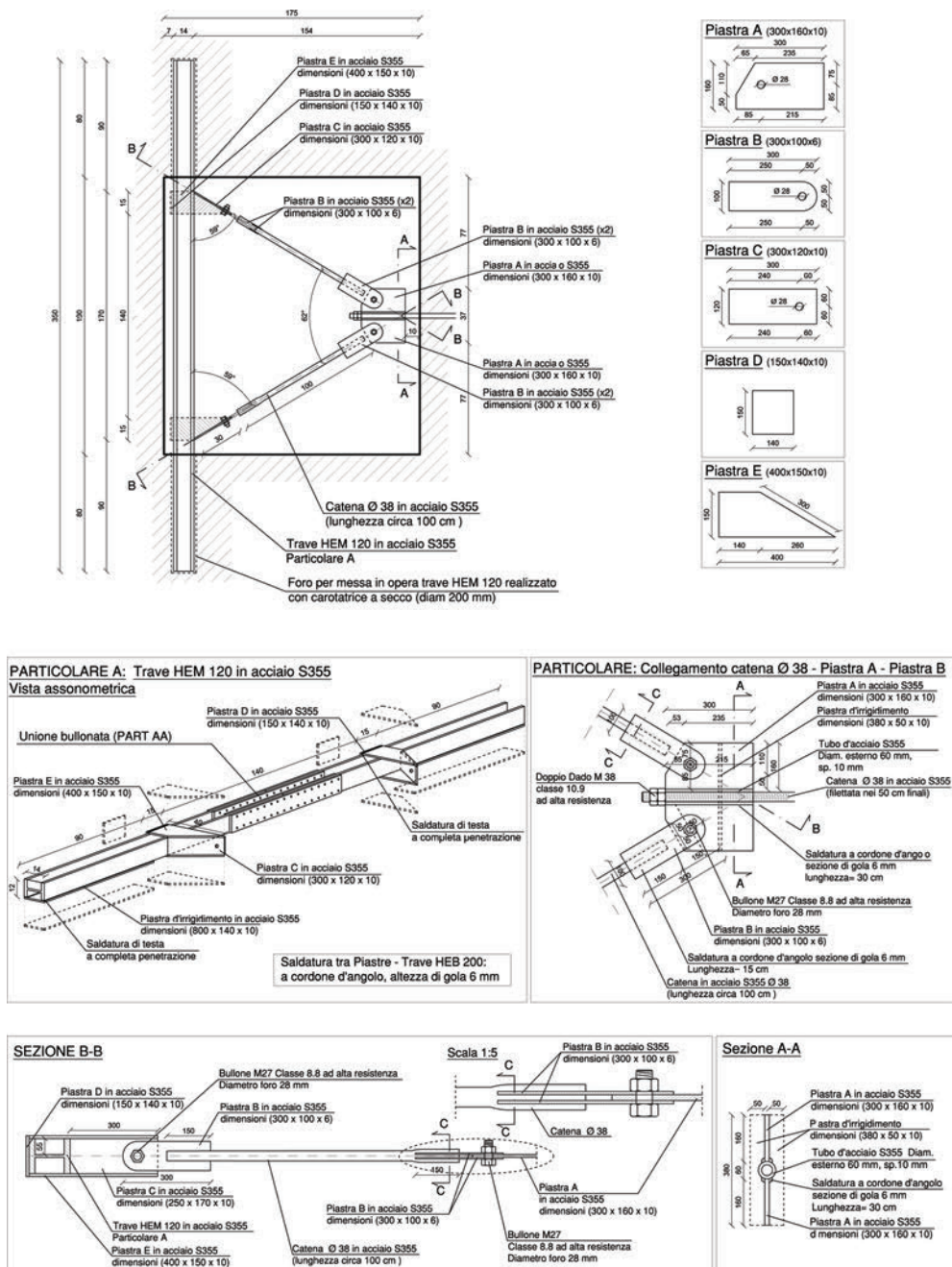


Figura 7.23. Particolare del sistema di ancoraggio delle catene per il contenimento della spinta degli arconi

Nel caso in esame, tuttavia, a causa di esigenze architettoniche e di impatto estetico, non è stato possibile inserire un tirante per ogni arcone. Trattandosi di un edificio vincolato, in seguito a specifiche richieste da parte degli organi di tutela del bene, è stato necessario limitare il numero di tiranti e inserire un'unica catena per ogni sistema composto da arcone-volta a botte-arcone (figura 7.22). Per questo è stato progettato uno specifico sistema di ancoraggio nascosto nei cavedi tra i contrafforti che, pur garantendo la percezione visiva di un unico tirante, consentisse dal punto di vista strutturale di riportare l'effetto dell'incatenamento in corrispondenza degli elementi spingenti (figura 7.23).

Per quanto riguarda le volte a vela della navata, come è già stato accennato, il quadro fessurativo è imputabile a una concomitanza di cause: mancanza di ammorsamenti tra volte e arconi e tra volte e murature verticali, differente rigidità tra arconi e volte e vulnerabilità delle volte a vela nei confronti delle azioni sismiche.

Alcune lesioni sono di tipo fisiologico e, quindi, non richiedono interventi di consolidamento strutturale, altre lesioni, come quelle sui pennacchi, evidenziano l'attivazione di meccanismi flessionali.

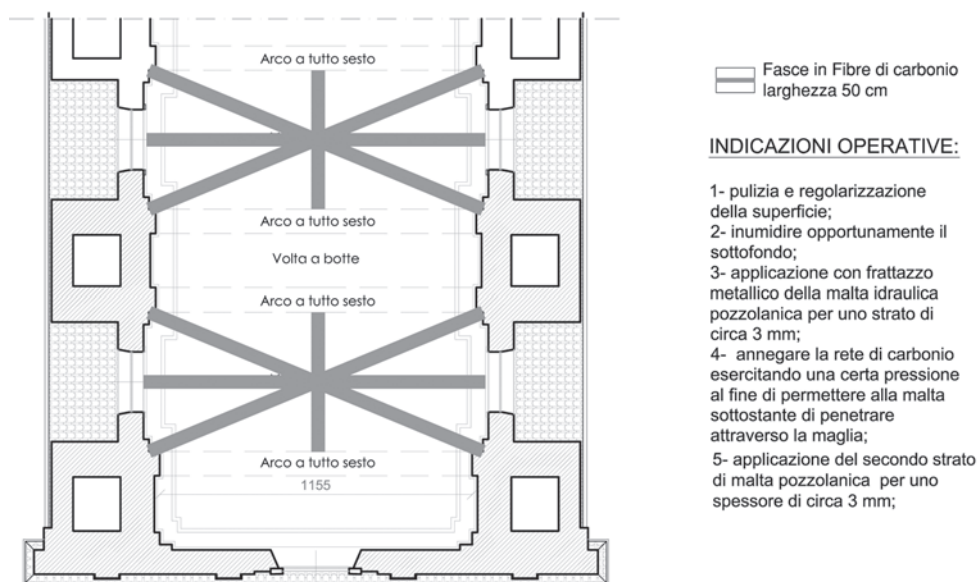


Figura 7.24. Particolare della disposizione delle fasce in fibre di carbonio

Per questo sono state eseguite le verifiche a flessione delle volte e, dal punto di vista statico, la struttura ha evidenziato un coefficiente di sicurezza superiore a 1 in quanto, nonostante l'esiguo spessore della volta rispetto alla luce e alla freccia, si attiva un effetto guscio che garantisce la stabilità della struttura²⁷². Dal punto di vista sismico, invece, le volte a vela non

²⁷² Le verifiche di sicurezza sono state eseguite con il metodo proposto nel capitolo 4, tenendo conto degli effetti tridimensionali. Si precisa che le stesse verifiche eseguite trascurando l'interazione tra gli archi avrebbero fornito risultati incompatibili con la reale situazione, ossia, già solo in presenza del peso proprio, la struttura non sarebbe risultata verificata.

risultano verificate. Probabilmente, la formazione delle fessure sui pennacchi si è verificata in occasione di eventi sismici avvertiti anche nella zona.

Per quanto riguarda la spinta esercitata dalle volte sui piedritti, proprio in virtù della leggerezza della copertura realizzata in mattoni forati, l'esigua spinta risulta già efficacemente contrastata dai muri perimetrali in pietra.

Alla luce delle considerazioni fatte, si è deciso di mettere in opera un sistema di rinforzo estradossale con fibre di carbonio annegate in malta idraulica pozzolanica (FRCM). Sono quindi state previste, all'estradosso delle volte, fasce in fibra di carbonio, disposte su un unico strato, con larghezza pari a 0,50 m. Le fasce sono state posizionate in modo da intercettare le zone maggiormente sollecitate (figura 7.24).

7.3. La chiesa di Santa Maria Assunta a Gussago (BS)

7.3.1. Generalità

Nel 2012 nella chiesa parrocchiale di Santa Maria Assunta a Gussago (BS) sono stati eseguiti una serie di interventi volti a consolidare la copertura lignea, che si trovava in uno stato di particolare degrado, e a migliorare simicamente l'edificio²⁷³.

Il 20 e il 29 maggio 2012 sono stati registrati due eventi sismici con epicentro in provincia di Modena, ma avvertiti nettamente anche sul sito su cui sorge la chiesa. I due terremoti, verificatisi proprio nel pieno della fase operativa di cantiere, per una concomitanza di cause (presenza di ponteggi nel sottotetto, mancanza di collegamenti sommitali dovuti alla rimozione temporanea della copertura lignea, ecc.) hanno portato al danneggiamento delle volte della navata. Questo ha comportato l'immediata attuazione di misure atte a consentire la prosecuzione dei lavori in piena sicurezza e il successivo consolidamento delle volte della navata che, prima degli eventi sismici, non avevano evidenziato particolari problemi strutturali.

La successione dei due eventi sismici, di per sé negativa per la struttura, ha tuttavia consentito di poter osservare il comportamento strutturale delle volte in condizioni estreme e di chiarire i meccanismi che si sono generati e che potrebbero generarsi in occasione di futuri terremoti. Oltre all'unicità della situazione legata agli eventi sismici, la chiesa di Santa Maria Assunta di Gussago presenta altre singolarità relative alle coperture voltate, in particolare per quanto riguarda le tecniche costruttive, le vicende storiche e le criticità statiche.

Di seguito verranno descritte le varie volte della chiesa e verranno illustrati i problemi statici insorti e i metodi di intervento adottati.

7.3.2. Cenni storici

Il cantiere della chiesa parrocchiale di Gussago, come testimoniato da alcuni documenti d'archivio, fu iniziato nel 1743²⁷⁴. L'attribuzione del progetto è ancor oggi incerta, anche se sem-

²⁷³ Coordinamento architettonico a cura dell'arch. S. Cartella, rilievo dell'arch. M. Biasin, verifiche di sicurezza, progetto dell'intervento di consolidamento e miglioramento sismico e direzione lavori strutturale dell'ing. E. Tomasoni.

²⁷⁴ Begni Redogna P.V., 2003.

bra che l'imponente edificio sia stato edificato su disegno di Giorgio Massari²⁷⁵, un famoso architetto veneziano.

La chiesa fu aperta al culto nel 1760, ma la facciata fu terminata solo nel 1835 su progetto di Rodolfo Vantini²⁷⁶.

Nel 1833, il Vantini chiamò l'ingegner Luigi Donegani²⁷⁷ per una consulenza sullo stato delle volte della chiesa, che, probabilmente, erano interessate da dissesti e lesioni. In seguito al sopralluogo del Donegani emerse che le pareti laterali della chiesa non erano in grado di contrastare la spinta delle volte e, qualche anno più tardi, furono inserite delle catene metalliche in corrispondenza degli arconi della navata e dell'arco trionfale²⁷⁸.

Anche la volta del presbiterio sembra aver manifestato problemi statici rilevanti. Infatti, nonostante non siano stati rinvenuti documenti che attestino demolizioni o crolli di questa cupola, osservando la tecnica costruttiva, appare subito evidente che l'attuale volta non è l'originale. A conferma dell'ipotesi di un rifacimento successivo della cupola originale, vi sono documenti che attestano la perdita dei pregiati affreschi della medaglia centrale della cupola del presbiterio e il loro rifacimento nei primi anni del 1900.

7.3.3. Impianto strutturale della chiesa

La chiesa parrocchiale di Gussago (BS) ha una pianta longitudinale a un'unica navata priva di transetto, che si conclude con una profonda zona presbiteriale e absidale (figura 7.25).

Sui lati della navata si sviluppano sei cappelle laterali, di cui le due centrali risultano più profonde e più alte.

La struttura in elevazione è costituita da pareti in muratura piena, realizzate con pietre irregolari, legate con malta compatta e resistente.

Il sistema voltato dell'aula (figura 7.26) è costituito da due volte a botte lunettate e da una volta a vela su base rettangolare in corrispondenza delle cappelle maggiori, con arconi che scandiscono le tre campate. Le cappelle maggiori sono coperte con volte a botte trasversali, mentre sul presbiterio si erge una cupola ribassata con pennacchi. La copertura dell'aula è costituita da un tetto ligneo a due falde, con orditura principale a capriate lignee e terzere.

La facciata presenta quattro colonne doriche di ordine gigante che sostengono un'alta trabeazione aggettante e un timpano triangolare. Le cappelle laterali sono mascherate in facciata con due corpi laterali, ribassati rispetto a quello centrale, sovrastati da mezzo timpano triangolare (figura 7.27).

²⁷⁵ Giorgio Massari (1687-1766), nato e cresciuto a Venezia, lavorò diffusamente come architetto nella Repubblica veneziana, progettando edifici sia civili, sia religiosi e rifacendosi ai modelli palladiani. Oltre alla presunta attribuzione del progetto della chiesa di Santa Maria Assunta di Gussago, a Brescia il Massari progettò anche la chiesa di Santa Maria della Pace. L'architetto si rifà ai modelli palladiani, che sono peraltro rinvenibili anche nella chiesa parrocchiale di Gussago (Repishti F., 2004).

²⁷⁶ Rodolfo Vantini (1792-1856) è un ingegnere e architetto bresciano, divenuto famoso per la realizzazione del cimitero di Brescia, uno dei primi cimiteri monumentali italiani (Rapaggi A., 2011).

²⁷⁷ Luigi Donegani (1793-1855), nativo di Brescia, si laureò in ingegneria a Pavia nel 1817. Nel 1833 il Donegani assunse la carica di ingegnere municipale presso il comune di Brescia e da allora iniziò a progettare una lunga serie di edifici pubblici (Fenaroli S., 1877).

²⁷⁸ Begni Redogna P.V., 2003.